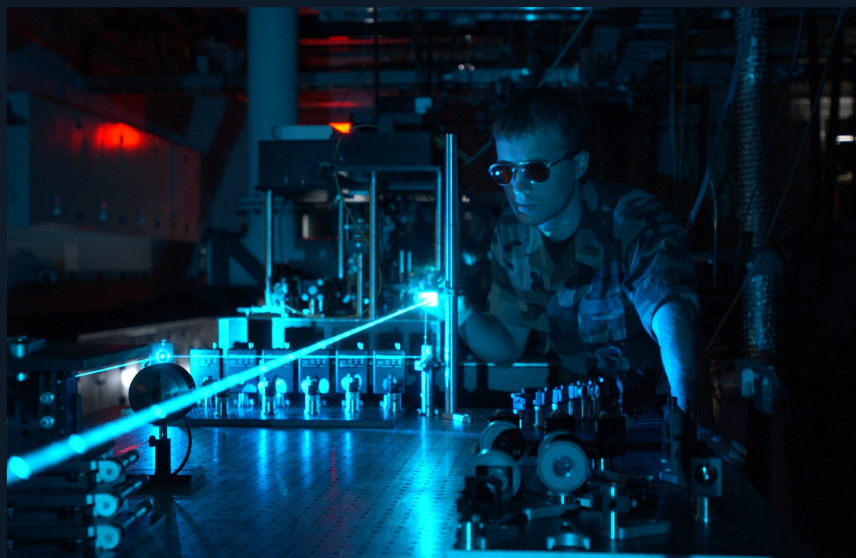


# ЧАСТИЦЫ ЗДЕСЬ И ЗА ЗЕРКАЛОМ

Перевод с 4-го, переработанного  
английского издания

Д. Рабунский и Л. Борисова



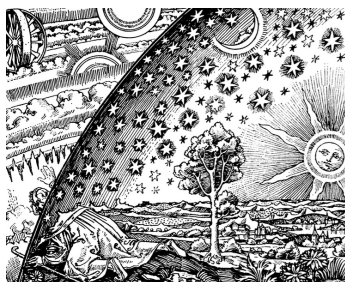
# Частицы здесь и за зеркалом

Три вида частиц, присущие  
пространству-времени  
общей теории относительности

Дмитрий Рабунский и Лариса Борисова

Переведено на русский язык  
с 4-го, переработанного  
английского издания 2023 г.

Первое англ. издание опубликовано в 2001 г.  
Французский перевод издан в 2012 г.



New Scientific Frontiers  
London, 2023

Аннотация: — В книге представлено исследование всех видов частиц, которые могут быть мыслимы в пространстве-времени общей теории относительности. В дополнение к массовым частицам и светоподобным частицам предсказано существование нуль-частиц: такие частицы могут существовать в полностью вырожденной области пространства-времени (нуль-пространстве). Нуль-частицы выглядят как стоячие световые волны, распространяющиеся мгновенно (неквантовая телепортация фотонов); их можно было бы наблюдать в дальнейшем развитии “эксперимента с остановленным светом”, который впервые осуществила в 2000 г. Лена Хау. Также теоретическое показано, что существуют две отдельные области в пространстве-времени, где наблюдаемое время течёт в будущее и в прошлое (наш мир и зеркальный мир). Эти области разделены пространственно-временной мембраной, в которой наблюдаемое время останавливается. Также решены ещё несколько задач. С помощью уравнений Киллинга показано, что геодезическое движение частиц является результатом стационарного геодезического вращения вмещающего их пространства. Применительно к теории детекторов гравитационных волн показано, что как твёрдотельные детекторы, так и лазерные интерферометры могут реагировать на гравитационные волны только в том случае, когда торцы детектора колеблются относительно друг друга.

© Д. Д. Рабунский и Л. Б. Борисова 2001, 2008, 2012, 2023

Соглашение об авторском праве: — Все права защищены. Эта книга опубликована и распространяется в соответствии с “Будапештской инициативой открытого доступа”. Это означает, что электронное копирование, печать и распространение этой книги для некоммерческого, академического или индивидуального использования может осуществляться любым пользователем без разрешения и без оплаты. Любая часть этой книги, цитируемая или используемая каким-либо образом в других публикациях, должна содержать ссылку на эту публикацию. Никакая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме (включая хранение на любом носителе) для коммерческого использования без предварительного разрешения владельца авторских прав. Запросы на разрешение воспроизведения любой части этой книги для коммерческого использования должны быть адресованы Авторам. Авторы сохраняют за собой право использовать эту книгу целиком или её часть в любых других публикациях и любым способом, который они сочтут нужным. Настоящее Соглашение об авторском праве остаётся в силе, даже если Авторы передадут авторские права на эту книгу другому лицу. Настоящим Авторы ограждают Издателя от любых претензий или обязательств, касающихся авторства, публикации или распространения этой книги.

Эта книга была набрана и сверстана с использованием настольной издательской системы  $\text{\LaTeX}$ .

New Scientific Frontiers — издательство, зарегистрированное в Nielsen Book Services Ltd., Уокинг, графство Суррей, Великобритания.

ISBN: 978-1-7392930-1-7

Опубликовано в Великобритании.

## Содержание

Предисловие .....	5
Предисловие редактора .....	7
<b>Глава 1 Три вида частиц, присущие пространству-времени об- щей теории относительности</b>	
1.1 Постановка задачи .....	12
1.2 Хронометрически инвариантные величины .....	18
1.3 Массовые частицы и безмассовые частицы .....	33
1.4 Полностью вырожденное пространство. Нуль-частицы ...	39
1.5 Обобщённое пространство для всех трёх видов частиц ..	41
1.6 Уравнения движения: общие положения .....	46
1.7 Уравнения движения в обобщённом пространстве .....	48
1.8 Уравнения движения в обычном пространстве .....	52
1.9 Частный случай: уравнения геодезических линий .....	55
1.10 Частный случай: законы Ньютона .....	57
1.11 Анализ уравнений: предельные переходы между обыч- ным пространством и нуль-пространством .....	61
1.12 Анализ уравнений: асимметрия нашего мира и зеркаль- ной вселенной .....	64
1.13 Условия прямого и обратного хода времени .....	67
1.14 Концепция зеркальной вселенной .....	72
1.15 Кто такой сверхсветовой наблюдатель? .....	76
1.16 Гравитационный коллапс в разных областях простран- ства .....	78
<b>Глава 2 Движение частиц как результат движения самого про- странства</b>	
2.1 Предварительные замечания .....	81
2.2 Постановка задачи .....	83

2.3	Уравнения движения и уравнения Киллинга . . . . .	85
2.4	Заключение . . . . .	90
Глава 3 Девиация мировых линий. Детектирование гравитационных волн		
3.1	Гравитационно-волновые детекторы . . . . .	91
3.2	Краткая история экспериментов . . . . .	92
3.3	Подход Вебера и критика его подхода . . . . .	94
3.4	Основные уравнения . . . . .	97
3.5	Точное решение для лазерного интерферометра . . . . .	99
3.6	Точное решение для твёрдотельного детектора . . . . .	103
3.7	Заключение . . . . .	107
Глава 4 Неквантовая телепортация. Замороженный свет		
4.1	Линии мгновенного перемещения. Нуль-пространство и неквантовая телепортация . . . . .	108
4.2	Геометрическая структура нуль-пространства . . . . .	115
4.3	Гравитационный коллапс в нуль-пространстве. Вырожденные чёрные дыры . . . . .	120
4.4	Нуль-частицы как виртуальные фотоны. Геометрическая интерпретация диаграмм Фейнмана . . . . .	122
4.5	Замороженный свет . . . . .	125
4.6	Заключение . . . . .	127
Эпилог . . . . .		129
Литература . . . . .		131

---

## Предисловие

Предыстория этой книги следующая. В 1991 году авторы начали исследование, чтобы выяснить, какие виды частиц теоретически могут существовать в пространстве-времени общей теории относительности. Для этого они использовали математический аппарат хронометрических инвариантов (физически наблюдаемых величин), разработанный в 1940-е годы Абрамом Леонидовичем Зельмановым.

В результате этого исследования было показано, что помимо массовых частиц и безмассовых (светоподобных) частиц могут существовать ещё и частицы третьего вида. Их траектории лежат за пределами обычного пространства-времени. Для обычного наблюдателя траектории таких частиц имеют нулевую четырёхмерную длину и нулевую трёхмерную наблюдаемую длину. Кроме того, вдоль их траекторий интервал наблюдаемого времени также равен нулю. Математически это означает, что такие частицы населяют пространство-время с полностью вырожденной метрикой (полностью вырожденное пространство-время). Поэтому авторы назвали такое пространство “нуль-пространством”, а такие частицы — “нуль-частицами”.

С точки зрения обычного наблюдателя движение частиц в нуль-пространстве происходит мгновенно, поэтому нуль-частицы реализуют дальноедействие. Благодаря возможному взаимодействию с массовыми и безмассовыми частицами нашего мира, нуль-частицы могут мгновенно передавать сигналы в любую точку нашего трёхмерного пространства (явление, которое авторы называют “неквантовой телепортацией”).

Рассматривая нуль-частицы в рамках корпускулярно-волнового дуализма, авторы получили, что для обычного наблюдателя они являются стоячими волнами и всё нуль-пространство заполнено системой светоподобных стоячих волн (нуль-частиц), т.е. голограм-

мой остановленного света. Этот результат соответствует известному “эксперименту с остановленным светом”, который впервые провела в 2000 г. Лена Хау (в Гарварде, США).

Используя математический метод физически наблюдаемых величин, авторы также показали, что в неоднородном пространстве-времени существуют две отдельные области, где физически наблюдаемое (собственное) время течёт в будущее и в прошлое, при этом в однородном пространстве-времени такой двойственности не обнаружено. Эти области называются нашим миром и зеркальным миром соответственно; они разделены пространственно-временной мембраной, в которой наблюдаемое время останавливается.

Кроме того, рассмотрены и решены ещё несколько задач. С помощью уравнений Киллинга показано, что геодезическое движение частиц является результатом стационарного геодезического вращения вмещающего их пространства.

В эту книгу также включена глава, посвящённая теории детекторов гравитационных волн: показано, что как твёрдотельные детекторы, так и лазерные интерферометры могут реагировать на гравитационные волны только в том случае, когда торцы детектора колеблются относительно друг друга.

В 4-м издании авторы полностью переработали весь текст книги, добавили список хронометрически инвариантных производных, а также ссылки на свои недавние публикации. Мы также исправили опечатки, найденные в предыдущих изданиях.

Калé, 12 января 2023

Патрик Маркé

## Предисловие редактора

“Только посредством чистого созерцания . . . которое полностью поглощается объектом, постигаются Идеи; и природа гениальности состоит именно в выдающейся способности к такому созерцанию. . . . Это требует полного забвения собственной личности.”

Артур Шопенгауэр

“Тений делает то, что должен, а Талант делает то, что может.”

Оуэн Мердит

Эйнштейновская теория пространства-времени и гравитации (общая теория относительности) существует уже более столетия. И хотя эта теория произвела революцию в нашем базовом понимании структуры пространства-времени и его соответствующего динамического взаимодействия с энергетическими полями и материей в довольно восторженно-эстетическом свете дифференциальной геометрии после пикантного господства ньютоновско-механического мировоззрения и максвелловско-электромагнитного мировоззрения, на плечи самых способных — и самых искренних и страстных — учёных легло обязательство пролить свет на несколько всё ещё в значительной степени загадочных фундаментальных особенностей, связанных с основами этой теории. Без сомнения, таких учёных, которые способны заполнить эту пустую нишу реальным предметным светом в темноте, а не просто искрой или простым проблеском, сегодня очень немного. Это бесконечно замкнутые в себе те, кто одновременно видит фундаментальный и материальный аспекты этой теории — включая её философский, теоретический и экспериментальный аспекты — вне всех остальных.

Авторы этой книги — как и их выдающийся учитель до них, возглавивший советскую школу общей теории относительности и



космологии, Абрам Леонидович Зельманов — несомненно, являются такими способными, естественными и рефлексивными исполнителями в ткацком станке эйнштейновской теории. Что касается обладания фундаментальной теоретико-экспериментальной силой и интеллектуальной ясностью, а также огромной креативностью, достоверностью и честностью, то оба этих физика-теоретика заполняют собой энергичное, непреходящее измерение физико-математической школы самого Зельманова.

Среди, казалось бы, многих действительно неуловимых, а также более прозаических задач, стоящих перед общей теорией относительности, гравитацией и космологией, следует далее выделить действительно наиболее важные посредством надлежащей научно-эпистемологической квалификации относительно того, являются ли эти проблемы (как они есть) актуальными. Задачи, которые решают авторы этой книги — действительно фундаментальные, в отличие от необработанности нового изобилия чисто фантастических (но лишённых подлинной глубины) постмодернистских, солипсических игрушечных моделей Вселенной, доступных (и очень легко доступных) в наши дни. Конечно, при таком значительном весе делается акцент, имеющий в виду возможные пути обобщения теории Эйнштейна в сторону аналогично хорошо обоснованной единой теории поля — и, таким образом, полной геометризации не только гравитации, но и других физических полей, включая составляющие материи.

Несмотря на тот факт, что были проведены различные экспериментальные проверки теории относительности в пределах простого, ограниченного, осязаемого диапазона в основном чисто земных человеческих переживаний и уловок, одной из решающих причин довольно длительного “единого теоретического инкубационного периода” общей теории относительности в её первоначальном виде с самого своего зарождения была именно значительная степень глубины философского аспекта — и дальнейшего абстрактного назидания — этой теории как связанной с её существованием научной теории физической реальности, так и как толчка для философских соображений относительно нашего места во Вселенной. Однако, возвращаясь к вышеупомянутым фундаментальным проблемам, мы видим большой качественный разрыв между исследователями прошлого — в линии, исходящей от самого Эйнштейна и завер-

шающей, среди прочих, Абрамом Леонидовичем Зельмановым — и многими современными исследователями в отношении фундаментального эпистемологического стандарта познания, включая измерения в экспериментах, в духе выявления важных проблем, действительно имеющих отношение к данной теории и космосу в целом.

В этой книге представлены и решены, по крайней мере, четыре из этих действительно фундаментальных проблем, “родных для общей теории относительности”. Эти проблемы глубоко охвачены авторами в их авторитетном исследовании видов частиц, теоретически мыслимых в неоднородной, анизотропной, неодносвязной пространственно-временной структуре пространства общей теории относительности (включая различные виды вырожденных псевдоримановых многообразий и нуль-частиц). Соответствующее рассмотрение авторами динамики частиц (охватывающее как геодезическое, так и негеодезическое движение), их углублённое исследование гравитационных волн с последующей существенной модификацией теории детектора гравитационных волн и их внушительное создание теории замороженного света в рамках общей теории относительности (такое объяснение дано авторами впервые в непосредственной связи с экспериментом остановленного света) характерны для этой книги.

Необходимо подчеркнуть, что, в плавании по небесам или океану этих космических проблем, нужно уважать глубину и мощь математического аппарата, оставленного самим Зельмановым на вершине и в зените его глубокого интеллектуального присутствия, т.е. глубину теории хронометрических инвариантов. Это — вовсе не просто тривиальный инструмент для обычного проецирования пространственно-временных величин (в математическом представлении — тензорных полей) на координатные линии наблюдателя. Завершение теории хронометрических инвариантов нам — тем немногим, кто действительно всё это понимает — придаст общей теории относительности элегантно-кинеметрически-трехмерную (отсюда, “хронометрическую”) форму, в которой фундаментальный наблюдатель, рассматриваемый как тело отсчёта, сопутствующее его движению в пространстве-времени, как правило, движется, деформируется и вращается вместе со всей Вселенной, занимая при этом бесконечно малый её динамический объём. Тот факт, что та-

кой наблюдатель является неотъемлемой частью теории, как и в квантовой механике, делает его чем-то большим, чем просто неизменной абстрактной кинематической точечной добавкой к актуальному пространственно-временному субстрату. Это составляет основу хронометрически инвариантного формализма в общей теории относительности.

Поэтому я горжусь и имею честь редактировать эту пронизательную работу Рабунского и Борисовой, которые также написали *taqnit oris* по общей теории относительности, *Поля, вакуум и зеркальная Вселенная*.

Джокьякарта, 11 апреля 2012

Индран Суэндро

## Благодарности

Во-первых, мы хотели бы выразить искреннюю благодарность нашим учителям общей теории относительности в Москве: Абраму Леонидовичу Зельманову (1913–1987) и Кириллу Петровичу Станюковичу (1916–1989). Многолетнее дружеское знакомство, личное обучение и бессчётные часы научных бесед с ними посеяли семена фундаментальных идей, которые к настоящему времени проросли в нашем сознании и отражены на этих страницах. Мы также очень благодарны Кириллу Ивановичу Домбровскому (1913–1997), математику, чьи дружеские беседы и дискуссии с нами оказали большое влияние на наши научные взгляды.

Всю подготовку текста первого английского издания этой книги в 2001 г. взял на себя Григорий Викторович Семёнов (Москва, Россия), которому мы очень признательны.

Мы очень признательны Индрану Суэндро и его жене Сюзанне Биллхарц, США, за редактирование книги и полезные советы.

Мы также хотели бы выразить нашу искреннюю благодарность Патрику Маркэ (Калé, Франция). Его инициатива перевести наши книги на французский язык открыла двери для наших книг в мир франкофонии.

Мы также очень признательны Пьеру А. Миллету (Оттава, Канада), который посвятил своё время тщательному редактированию английского и французского изданий 2023 г.

Наша особая благодарность Анатолию Васильевичу Белякову (Тверская Карелия, Россия), который перевёл все наши книги с английского на русский язык.

Это — наша первая книга, написанная в 1997 г., затем дополненная новыми результатами. В 4-м английском издании, с которого Беляков сделал этот русский перевод, мы полностью переработали весь текст книги и внесли множество необходимых исправлений.

Пушино, 7 марта 2023

Д. Рабунский и Л. Борисова

# Глава 1

## Три вида частиц, присущие пространству-времени общей теории относительности

### 1.1 Постановка задачи

Основной целью теории движения частиц является определение трёхмерных (пространственных) координат частицы в любой данный момент времени. Для этого нужно знать три вещи. Во-первых, нужно знать, в каком пространстве-времени происходят события. То есть надо знать геометрическую структуру пространства и времени подобно тому, как надо знать состояние дороги, чтобы уметь ездить по ней. Во-вторых, нужно знать физические свойства движущейся частицы. В-третьих, необходимо знать уравнения движения частиц данного вида.

Первая проблема фактически приводит к выбору пространства из числа пространств, известных в математике, чтобы представить именно ту геометрию пространства и времени, которая наилучшим образом соответствует геометрическому представлению наблюдаемого мира.

Взгляд на мир как на пространственно-временной континуум берёт своё начало из исторической речи *Raum und Zeit* Германа Минковского, которую он произнёс 21 сентября 1908 г. на 80-й ассамблее Немецкого общества естествоиспытателей и врачей (*Die Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte*). Там он ввёл в физику понятие “пространство-время” и дал геометрическую интерпретацию принципа инвариантности скорости света и преобразований Лоренца.

Несколько лет спустя, в 1912 году, Марсель Гроссман в частной беседе с Альбертом Эйнштейном, его близким другом, предложил риманову геометрию как геометрию наблюдаемого мира. Позже Эйнштейн пришёл к идее, ставшей краеугольным камнем его общей

теории относительности: “геометрической концепции мира”, согласно которой геометрическая структура пространства-времени определяет все свойства Вселенной. Таким образом, общая теория относительности Эйнштейна, завершённая им в 1915 году, является первой геометрической теорией пространства-времени и движения частиц с момента зарождения современной науки.

Детальное рассмотрение проблемы привело Эйнштейна к тому, что единственный способ представить пространство-время в соответствии с имеющимися экспериментальными данными — это *четырёхмерное псевдориманово пространство* с знакопеременной сигнатурой Минковского (+---) или (-+++) (одна временная ось и три пространственные оси). Это — частный случай семейства римановых пространств, т.е. пространств, где геометрия риманова (квадрат расстояния  $ds^2$  между бесконечно близкими точками задаётся метрикой  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = inv$ ). В римановом пространстве оси координат могут быть любыми. Четырёхмерное псевдориманово пространство отличается тем, что в нём существует принципиальное отличие трёхмерного пространства, воспринимаемого как пространство, от четвёртой оси — времени.

С математической точки зрения это выглядит так: три пространственные оси действительны, а ось времени мнимая (или наоборот), и выбор таких условий произволен.

Частный случай — плоское, однородное и изотропное четырёхмерное псевдориманово пространство — называется пространством Минковского. Это — базовое пространство-время специальной теории относительности, частный абстрактный случай, в котором нет гравитационных полей, которое не вращается, не деформируется и не имеет кривизны. В общем случае реальное псевдориманово пространство искривлено, неоднородно и анизотропно. Это — базовое пространство-время общей теории относительности, где есть гравитационное поле, вращение, деформация и кривизна.

Итак, общая теория относительности построена на представлении о мире как о четырёхмерном пространстве-времени, где все объекты обладают не только трёхмерным объёмом, но и своей “длиной” во времени. То есть любое физическое тело, в том числе и наше, есть реально существующий четырёхмерный объект в виде вытянутого во времени цилиндра (цилиндра событий этого тела), созданного смещением других цилиндров событий в момент своего

“рождения” и распадом на множество других цилиндров событий в момент своей “смерти”. Например, для человека “длиной во времени” является продолжительность его жизни от зачатия до смерти.

Вскоре после того, как Эддингтон в 1919 году дал первое экспериментальное доказательство того, что лучи света искривляются гравитационным полем Солнца, многие исследователи столкнулись с серьёзными препятствиями в согласовании расчётов, сделанных в рамках общей теории относительности, с существующими результатами наблюдений и экспериментов. Успешные эксперименты, подтверждающие общую теорию относительности в течение последних 100 лет, ясно показали, что четырёхмерное псевдориманово пространство является базовым пространством-временем наблюдаемого мира (насколько позволяет судить современная точность измерений). И если неизбежная эволюция человеческой цивилизации, мысли и экспериментальной техники покажет, что четырёхмерное псевдориманово пространство уже не может объяснить результаты новых экспериментов, то это будет означать нечто иное, как необходимость принять более общее пространство, которое будет включать четырёхмерное псевдориманово пространство как частный случай.

В этой книге основное внимание будет уделено движению частиц, основанному на геометрической концепции мироустройства: мы будем считать, что геометрия нашего пространства-времени определяет все свойства наблюдаемого мира. Поэтому, в отличие от других исследователей, мы не собираемся накладывать на геометрию пространства-времени какие-либо ограничения и будем решать наши задачи так, как требует их решения геометрия пространства-времени.

Итак, любой частице в пространстве-времени соответствует своя мировая линия, задающая трёхмерные (пространственные) координаты этой частицы в любой данный момент времени. В дальнейшем наша цель определения возможных видов частиц перерастает в рассмотрение всех допустимых типов траекторий движения в четырёхмерном пространстве-времени.

Вообще говоря, в терминах уравнений движения свободных частиц в метрическом пространстве (пространстве-времени) на самом деле имеют в виду *уравнения геодезических линий*, которые представляют собой четырёхмерные уравнения мировой траекто-

рии свободной частицы\*

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\rho^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\rho} \frac{dx^\nu}{d\rho} = 0, \quad (1.1)$$

где  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  символы Кристоффеля 2-го рода, тогда как  $\rho$  параметр дифференцирования вдоль геодезической линии.

С геометрической точки зрения уравнения геодезических линий являются уравнениями параллельного переноса в смысле Леви-Чивиты [1] четырёхмерного кинематического вектора

$$Q^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\rho}, \quad (1.2)$$

а именно — следующие уравнения

$$\frac{DQ^\alpha}{d\rho} = \frac{dQ^\alpha}{d\rho} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha Q^\mu \frac{dx^\nu}{d\rho} = 0, \quad (1.3)$$

где  $DQ^\alpha = dQ^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha Q^\mu dx^\nu$  абсолютный дифференциал кинематического вектора  $Q^\alpha$ , переносимого параллельно самому себе и тангенциального к траектории переноса (геодезической линии).

Параллельный перенос в смысле Леви-Чивиты означает, что длина переносимого вектора остаётся неизменной

$$Q_\alpha Q^\alpha = g_{\alpha\beta} Q^\alpha Q^\beta = const \quad (1.4)$$

вдоль всей мировой траектории, где  $g_{\alpha\beta}$  фундаментальный метрический тензор пространства.

Здесь же отметим, что уравнения геодезических линий являются чисто кинематическими, так как они не содержат физических свойств движущихся объектов. Поэтому для получения полной картины движения частиц мы должны построить *динамические уравнения движения*, решая которые, мы получим не только траектории движения частиц, но и их свойства (такие как энергия, частота и т.д.).

Для этого необходимо определить: а) возможные типы траекторий в четырёхмерном пространстве-времени (псевдоримановом

---

\*Здесь и далее в этой книге, пространственно-временные индексы — греческие, например  $\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3$ , тогда как пространственные индексы — латинские, например  $i, k = 1, 2, 3$ .



пространстве); б) динамический вектор для каждого типа траектории; в) параметр дифференцирования вдоль траекторий каждого типа.

Сначала рассмотрим, какие типы траекторий допустимы в четырёхмерном псевдоримановом пространстве. Вдоль геодезической линии выполняется условие  $g_{\alpha\beta} Q^\alpha Q^\beta = const$ . Если вдоль геодезических линий  $g_{\alpha\beta} Q^\alpha Q^\beta \neq 0$ , то такие линии называются *неизотропными геодезическими*.

Вдоль неизотропных геодезических квадрат четырёхмерного интервала не равен нулю

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \neq 0, \quad (1.5)$$

а интервал  $ds$  имеет вид

$$ds = \sqrt{g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta} \quad \text{если } ds^2 > 0, \quad (1.6)$$

$$ds = \sqrt{-g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta} \quad \text{если } ds^2 < 0. \quad (1.7)$$

Если вдоль геодезических линий  $g_{\alpha\beta} Q^\alpha Q^\beta = 0$ , то такие линии называются *изотропными геодезическими*. Вдоль изотропных геодезических квадрат четырёхмерного интервала равен нулю

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2 = 0, \quad (1.8)$$

а наблюдаемый трёхмерный (пространственный) интервал  $d\sigma$  и интервал физически наблюдаемого времени  $d\tau$  не равны нулю (поэтому изотропные траектории частично вырождены).

На этом кончается список типов траекторий в четырёхмерном псевдоримановом пространстве (базовом пространстве-времени общей теории относительности), известных учёным до сих пор.

В этой книге мы показываем, что в пространстве-времени теоретически допустимы и другие траектории, вдоль которых четырёхмерный интервал, интервал наблюдаемого времени и наблюдаемый трёхмерный интервал равны нулю. Такие траектории лежат за пределами четырёхмерного псевдориманова пространства. Это — траектории в полностью вырожденной области пространства-времени. Мы называем их “вырожденными”, поскольку с точки зрения обычного наблюдателя все расстояния и интервалы времени в

такой области вырождаются в нуль. Тем не менее, переход в такую вырожденную область из обычной области пространства-времени вполне возможен (при выполнении определённых физических условий). И, возможно, для наблюдателя в такой вырожденной области пространства-времени понятия “время” и “пространство” станут недействительными и будут измеряться в других единицах.

Поэтому мы можем рассматривать четырёхмерное псевдориманово пространство (пространство-время) и полностью вырожденную область пространства-времени (далее просто пространство-время) вместе как *расширенное пространство-время*, в котором существуют как невырожденные (изотропные и неизотропные), так и вырожденные траектории.

В таком расширенном четырёхмерном пространстве-времени, которое является фактическим “расширением” базового пространства-времени общей теории относительности, включающим полностью вырожденную область пространства-времени, допустимы три типа траекторий:

- 1) Неизотропные траектории (псевдориманово пространство). Движение по ним возможно с досветовой и сверхсветовой скоростью;
- 2) Изотропные траектории (псевдориманово пространство). По таким траекториям движение возможно только со скоростью света;
- 3) Полностью вырожденные траектории (нуль-траектории), лежащие в полностью вырожденном пространстве-времени.

Согласно этим типам траекторий можно выделить три вида частиц, которые могут существовать в четырёхмерном пространстве-времени:

- 1) Массовые частицы (масса покоя  $m_0 \neq 0$ ) движутся по неизотропным траекториям ( $ds \neq 0$ ) с досветовыми скоростями (реальные массовые частицы) и со сверхсветовыми скоростями (мнимые массовые частицы — тахионы);
- 2) Безмассовые частицы (масса покоя  $m_0 = 0$ ) движутся по изотропным траекториям ( $ds = 0$ ) со скоростью света. Это — светоподобные частицы, например фотоны;
- 3) Частицы 3-го вида движутся по траекториям в полностью вырожденном пространстве-времени.

Кроме того, с чисто математической точки зрения уравнения геодезических линий содержат один и тот же вектор  $Q^\alpha$  и один и тот же параметр  $\rho$  независимо от того, изотропны или неизотропны рассматриваемые траектории. Это показывает, что должны существовать такие уравнения движения, которые имеют общий вид для массовых и безмассовых частиц. Перейдём к поиску таких обобщённых уравнений движения.

В следующем параграфе мы изложим основы математического аппарата физически наблюдаемых величин (хронометрических инвариантов), который послужит нашим основным инструментом в этой книге. В §1.3 мы докажем существование обобщённого динамического вектора и параметра дифференцирования, которые одинаковы для массовых частиц и безмассовых частиц. В §1.4 мы сосредоточимся на физических условиях полного вырождения псевдориманова пространства. В §1.5 будут рассмотрены свойства частиц в расширенном четырёхмерном пространстве-времени, которое допускает полное вырождение метрики. В §1.6–§1.8 будут получены хронометрически инвариантные динамические уравнения движения, справедливые для всех видов частиц, разрешённых в расширенном четырёхмерном пространстве-времени. В §1.9 и §1.10 мы покажем, что уравнения геодезических линий и законы Ньютона классической механики являются частными случаями этих динамических уравнений. §1.11 и §1.12 будут посвящены двум аспектам полученных уравнений: 1) условиям, при которых расширенное пространство-время преобразуется в обычное пространство-время, и 2) асимметрии движения в обычном пространстве-времени в будущее (прямой ход времени) и в прошлое (обратный ход времени). В §1.13 и §1.14 мы сосредоточимся на физических условиях прямого хода времени и обратного хода времени. В §1.15 и §1.16 мы рассмотрим некоторые особые случаи, такие как сверхсветовой наблюдатель и гравитационный коллапс.

## 1.2 Хронометрически инвариантные величины

Чтобы построить описательную картину любой физической теории, нам необходимо выразить её результаты через реальные физические величины, которые могут быть измерены в экспериментах (*физически наблюдаемые величины*). В общей теории относительности эта проблема нетривиальна, потому что мы рассматриваем

объекты в четырёхмерном пространстве-времени и должны определить, какие из компонент четырёхмерных тензорных величин являются физически наблюдаемыми.

Вот вкратце суть этой проблемы. Все уравнения общей теории относительности записываются в *общековариантном виде*, который не зависит от нашего выбора системы отсчёта. Уравнения, как и содержащиеся в них переменные, четырёхмерны. Итак, какие из этих четырёхмерных переменных наблюдаемы в реальных физических экспериментах, т.е. какие компоненты являются физически наблюдаемыми величинами?

Интуитивно мы можем предположить, что трёхмерные компоненты четырёхмерного тензора составляют физически наблюдаемую величину. В то же время мы не можем быть абсолютно уверены, что то, что мы наблюдаем, является действительно трёхмерными компонентами *самими по себе*, а не более сложными переменными, которые зависят от других факторов, например, от свойств физических эталонов пространства отсчёта.

Итак, четырёхмерный вектор (тензор 1-го ранга) имеет 4 компоненты (1 временная компонента и 3 пространственные компоненты). Тензор 2-го ранга, например тензор вращения и тензор деформации, имеет 16 компонент: 1 временную, 9 пространственных и 6 смешанных (пространственно-временных) компонент. Являются ли смешанные компоненты физически наблюдаемыми величинами? Это ещё один вопрос, на который, казалось бы, нет однозначного ответа. Тензоры более высоких рангов имеют ещё больше компонент; например, тензор кривизны Римана-Кристоффеля имеет 256 компонент, поэтому проблема эвристического распознавания физически наблюдаемых компонент становится намного сложнее. Кроме того, есть проблема с распознаванием наблюдаемых компонент ковариантных тензоров (с нижними индексами) и тензоров смешанного типа, имеющих как нижний, так и верхний индексы.

Мы видим, что распознавание физически наблюдаемых величин в общей теории относительности не является тривиальной задачей. В идеале мы хотели бы иметь математический метод для однозначного вычисления физически наблюдаемых величин для тензоров любых заданных рангов.

Многочисленные попытки разработать такой математический метод предпринимались в 1930-х годах выдающимися исследова-

телями того времени. Эта цель была почти достигнута Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшицем в их знаменитой *Теории поля* [2], впервые опубликованной на русском языке в 1939 г. Помимо обсуждения самой проблемы физически наблюдаемых величин, в §84 своей книги они ввели интервал физически наблюдаемого времени и наблюдаемый трёхмерный интервал, которые зависят от физических свойств (физических эталонов) пространства отсчёта наблюдателя. Однако эта и все другие попытки, предпринятые в 1930-е годы, ограничивались решением только частных задач. Ни одна из них не привела к созданию полноценного математического аппарата.

Полноценный математический аппарат для вычисления физически наблюдаемых величин в четырёхмерном псевдоримановом пространстве был впервые введён Абрамом Леонидовичем Зельмановым и известен как *теория хронометрических инвариантов*. Впервые математический аппарат Зельманова был представлен в 1944 году в его кандидатской диссертации [3], где он изложен в мельчайших подробностях, затем — в его кратких статьях 1956 и 1957 годов [4, 5].

Похожий результат был получен Карло Каттанео [6–9], итальянским математиком, который работал независимо от Зельманова. Каттанео опубликовал свою первую статью на эту тему в 1958 году [6]. Он высоко оценил теорию хронометрических инвариантов Зельманова и сослался на неё в своей последней публикации 1968 года [9]. С другой стороны, результаты, полученные Каттанео, были очень далёки от полноценной теории, поскольку он ограничивался общими соображениями по этой проблеме и не выделял в уравнениях физические и геометрические наблюдаемые свойства локального физического пространства, связанного с наблюдателем (как это делал Зельманов).

Зельмановский математический аппарат очень обширен. По этой причине мы представляем здесь только необходимые основы этого аппарата\*.

---

\*Наиболее полное на сегодняшний день описание (компендиум) математического аппарата физически наблюдаемых величин в общей теории относительности дано в нашей недавней статье. В этой статье мы собрали всё (или почти всё), что мы знаем на эту тему от Зельманова и что было получено за прошедшие десятилетия: Rabounski D. and Borissova L. Physical observables in General Relativity and the Zelmanov chronometric invariants. *Progress in Physics*, 2023, vol. 19, no. 1, 3–29.

Суть зельмановского математического аппарата физически наблюдаемых величин (хронометрических инвариантов), разработанного специально для четырёхмерного искривлённого неоднородного псевдориманова пространства (пространства-времени), заключается в следующем.

В любой точке пространства-времени можно провести трёхмерное *пространственное сечение*  $x^0 = ct = const$  (трёхмерное пространство), ортогональное заданной *линии времени*  $x^i = const$ . Если пространственное сечение всюду ортогонально линиям времени, пронизывающим его в каждой точке, то такое пространство называется *голономным*. В противном случае, если пространственное сечение всюду неортогонально вышеупомянутым линиям времени, пространство называется *неголономным*.

Система отсчёта, связанная с реальным наблюдателем состоит из координатной сетки, натянутой на реальное физическое тело (тело отсчёта наблюдателя, находящееся рядом с ним) и реальных часов, расположенных в каждой точке этой координатной сетки.

И координатная сетка, и часы представляют собой набор реальных стандартов, с которыми наблюдатель сравнивает свои наблюдения. Поэтому физически наблюдаемые величины, реально регистрируемые наблюдателем, должны быть результатом действительно фундаментального (т.е. “хроно-метрического”) проецирования четырёхмерных величин на линию времени и на пространственное сечение (время и трёхмерное пространство) тела отсчёта данного конкретного наблюдателя.

Оператором проецирования на временную линию наблюдателя является мировой вектор четырёхмерной скорости

$$b^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds} \quad (1.9)$$

его тела отсчёта по отношению к нему самому. Мировой вектор  $b^\alpha$  тангенциален к мировой линии наблюдателя (его мировой траектории) в каждой точке. Поэтому, это — вектор единичной длины

$$b_\alpha b^\alpha = g_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds} = \frac{g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta}{ds^2} = +1. \quad (1.10)$$

Оператор проецирования на пространственное сечение наблюдателя (его локальное трёхмерное пространство) определяется как

четырёхмерный симметричный тензор  $h_{\alpha\beta}$ , т.е.

$$\left. \begin{aligned} h_{\alpha\beta} &= -g_{\alpha\beta} + b_\alpha b_\beta \\ h^{\alpha\beta} &= -g^{\alpha\beta} + b^\alpha b^\beta \\ h^\beta_\alpha &= -g^\beta_\alpha + b_\alpha b^\beta \end{aligned} \right\}. \quad (1.11)$$

Мировой вектор  $b^\alpha$  и мировой тензор  $h_{\alpha\beta}$  ортогональны друг другу. Математически это означает, что их свёртка друг с другом равна нулю

$$\left. \begin{aligned} h_{\alpha\beta} b^\alpha &= -g_{\alpha\beta} b^\alpha + b_\alpha b^\alpha b_\beta = -b_\beta + b_\beta = 0 \\ h^{\alpha\beta} b_\alpha &= -g^{\alpha\beta} b_\alpha + b^\beta b_\alpha b^\alpha = -b^\beta + b^\beta = 0 \\ h^\alpha_\beta b_\alpha &= -g^\alpha_\beta b_\alpha + b_\beta b^\alpha b_\alpha = -b_\beta + b_\beta = 0 \\ h^\beta_\alpha b^\alpha &= -g^\beta_\alpha b^\alpha + b^\beta b_\alpha b^\alpha = -b^\beta + b^\beta = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.12)$$

поэтому основные свойства операторов проектирования выражаются, очевидно, следующим образом

$$b_\alpha b^\alpha = +1, \quad h^\beta_\alpha b^\alpha = 0. \quad (1.13)$$

Если наблюдатель покоится относительно своего тела отсчёта (такой случай известен как *сопутствующая система отсчёта*), то  $b^i = 0$  в его системе отсчёта. В этом случае координатные сетки в пределах одного и того же пространственного сечения связаны между собой преобразованиями

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}^0 &= \tilde{x}^0(x^0, x^1, x^2, x^3) \\ \tilde{x}^i &= \tilde{x}^i(x^1, x^2, x^3), \quad \frac{\partial \tilde{x}^i}{\partial x^0} = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.14)$$

где третье уравнение отображает тот факт, что пространственные координаты в тильдованной сетке не зависят от времени сетки без тильды, что эквивалентно координатной сетке, где линии времени фиксированы  $x^i = const$  в любой точке. Преобразование пространственных координат есть ни что иное, как переход от одной координатной сетки к другой в пределах одного и того же пространственного сечения. Преобразование времени означает смену

всей системы часов, т.е. переход в другое пространственное сечение (другое трёхмерное пространство отсчёта). На практике это означает замену одного тела отсчёта со всеми его физическими эталонами другим телом отсчёта, имеющим свои собственные физические эталоны. Но при использовании разных эталонов наблюдатель получит разные результаты (другие наблюдаемые величины). Поэтому физически наблюдаемые проекции в сопутствующей системе отсчёта должны быть инвариантны относительно преобразования времени, т.е. должны быть инвариантны относительно преобразований (1.14). Другими словами, такие величины должны обладать свойством *хронометрической инвариантности*.

Поэтому мы называем физически наблюдаемые величины, определённые в сопутствующей системе отсчёта, *хронометрически инвариантными величинами* или, короче, *хронометрическими инвариантами*.

Тензор  $h_{\alpha\beta}$ , рассматриваемый в пространстве системы отсчёта, сопутствующей наблюдателю, обладает всеми свойствами фундаментального метрического тензора, а именно

$$h_i^\alpha h_\alpha^k = \delta_i^k - b_i b^k = \delta_i^k, \quad \delta_i^k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

где  $\delta_i^k$  — единичный трёхмерный тензор\*. Следовательно, в сопутствующей системе отсчёта трёхмерный тензор  $h_{ik}$  может поднимать или опускать индексы в хронометрически инвариантных тензорных величинах.

Итак, в сопутствующей системе отсчёта основными свойствами операторов проецирования являются

$$b_\alpha b^\alpha = +1, \quad h_\alpha^i b^\alpha = 0, \quad h_i^\alpha h_\alpha^k = \delta_i^k. \quad (1.16)$$

Вычислим компоненты операторов проецирования в сопутствующей системе отсчёта.

Компонента  $b^0$  получается из условия  $b_\alpha b^\alpha = g_{\alpha\beta} b^\alpha b^\beta = 1$ , которое в сопутствующей системе отсчёта (где  $b^i = 0$ ) очевидно трансформируется в  $b_\alpha b^\alpha = g_{00} b^0 b^0 = 1$ . В результате компонента  $b^0$  и

---

\*Тензор  $\delta_i^k$  есть трёхмерная часть четырёхмерного единичного тензора  $\delta_\beta^\alpha$ , который можно использовать для замены индексов в четырёхмерных величинах.



остальные компоненты  $b^\alpha$  равны

$$\left. \begin{aligned} b^0 &= \frac{1}{\sqrt{g_{00}}}, & b^i &= 0 \\ b_0 &= g_{0\alpha} b^\alpha = \sqrt{g_{00}}, & b_i &= g_{i\alpha} b^\alpha = \frac{g_{i0}}{\sqrt{g_{00}}} \end{aligned} \right\}, \quad (1.17)$$

тогда как компоненты  $h_{\alpha\beta}$  равны

$$\left. \begin{aligned} h_{00} &= 0, & h^{00} &= -g^{00} + \frac{1}{g_{00}}, & h_0^0 &= 0 \\ h_{0i} &= 0, & h^{0i} &= -g^{0i}, & h_0^i &= \delta_0^i = 0 \\ h_{i0} &= 0, & h^{i0} &= -g^{i0}, & h_i^0 &= \frac{g_{i0}}{g_{00}} \\ h_{ik} &= -g_{ik} + \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}}, & h^{ik} &= -g^{ik}, & h_k^i &= -g_k^i = \delta_k^i \end{aligned} \right\}. \quad (1.18)$$

В рамках своего хронометрически инвариантного формализма, Зельманов разработал общий математический метод вычисления хронометрически инвариантных (физически наблюдаемых) проекций любой общековариантной (четырёхмерной) тензорной величины и сформулировал его в виде теоремы (мы называем её *теоремой Зельманова*):

### Теорема Зельманова

Пусть мы имеем четырёхмерный тензор  $Q_{\alpha\beta\dots\sigma}^{\mu\nu\dots\rho}$  ранга  $r$ , где  $Q_{00\dots 0}^{ik\dots p}$  есть трёхмерная часть четырёхмерного тензора  $Q_{00\dots 0}^{\mu\nu\dots\rho}$ , в котором все верхние индексы не равны нулю, а все  $m$  нижних индексов равны нулю. Тогда

$$T^{ik\dots p} = (g_{00})^{-\frac{m}{2}} Q_{00\dots 0}^{ik\dots p} \quad (1.19)$$

есть хронометрически инвариантный трёхмерный контравариантный тензор  $(r - m)$ -го ранга. Это значит, что х.и.-тензор  $T^{ik\dots p}$  является результатом  $m$ -кратного проецирования тензора  $Q_{\alpha\beta\dots\sigma}^{\mu\nu\dots\rho}$  на линию времени по индексам  $\alpha, \beta, \dots, \sigma$  и на пространственное сечение по  $r - m$  индексам  $\mu, \nu, \dots, \rho$ .

В частности, согласно этой теореме, хронометрически инвариантными (физически наблюдаемыми) проекциями четырёхмерного

вектора  $Q^\alpha$  являются величины

$$b^\alpha Q_\alpha = \frac{Q_0}{\sqrt{g_{00}}}, \quad h^\alpha_i Q^\alpha = Q^i, \quad (1.20)$$

а х.и.-проекциями любого симметричного тензора 2-го ранга  $Q^{\alpha\beta}$  являются три следующие величины

$$b^\alpha b^\beta Q_{\alpha\beta} = \frac{Q_{00}}{g_{00}}, \quad h^{i\alpha} b^\beta Q_{\alpha\beta} = \frac{Q_0^i}{\sqrt{g_{00}}}, \quad h^\alpha_i h^\beta_k Q^{\alpha\beta} = Q^{ik}. \quad (1.21)$$

Х.и.-проекциями интервала четырёхмерных координат  $dx^\alpha$  являются интервал физически наблюдаемого времени

$$d\tau = \sqrt{g_{00}} dt + \frac{g_{0i}}{c \sqrt{g_{00}}} dx^i, \quad (1.22)$$

и интервалы каждой из соответствующих трёхмерных пространственных координат  $dx^i$ . Физически наблюдаемой скоростью частицы является трёхмерный х.и.-вектор

$$v^i = \frac{dx^i}{d\tau}, \quad v_i v^i = h_{ik} v^i v^k = v^2, \quad (1.23)$$

который на изотропных траекториях трансформируется в трёхмерный х.и.-вектор физически наблюдаемой скорости света

$$c^i = v^i = \frac{dx^i}{d\tau}, \quad c_i c^i = h_{ik} c^i c^k = c^2. \quad (1.24)$$

Проецируя ковариантный и контравариантный фундаментальный метрический тензор на пространственное сечение в сопутствующей системе отсчёта ( $b^i = 0$ )

$$\left. \begin{aligned} h^\alpha_i h^\beta_k g_{\alpha\beta} &= g_{ik} - b_i b_k = -h_{ik} \\ h^\alpha_i h^\beta_k g^{\alpha\beta} &= g^{ik} - b^i b^k = g^{ik} = -h^{ik} \end{aligned} \right\}, \quad (1.25)$$

получаем, что х.и.-величина

$$h_{ik} = -g_{ik} + b_i b_k \quad (1.26)$$

есть х.и.-метрический тензор (наблюдаемый метрический тензор), с помощью которого мы можем поднимать и опускать индексы любого трёхмерного х.и.-тензорного объекта в сопутствующей

системе отсчёта. Контравариантная и смешанная компоненты наблюдаемого метрического тензора, очевидно, равны

$$h^{ik} = -g^{ik}, \quad h_k^i = -g_k^i = \delta_k^i. \quad (1.27)$$

Выражая  $g_{\alpha\beta}$  через определение  $h_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + b_\alpha b_\beta$ , мы получаем формулу для четырёхмерного интервала

$$ds^2 = b_\alpha b_\beta dx^\alpha dx^\beta - h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (1.28)$$

выраженного через операторы проецирования  $b_\alpha$  и  $h_{\alpha\beta}$ . В этой формуле  $b_\alpha dx^\alpha = c d\tau$ , таким образом первый член формулы равен  $b_\alpha b_\beta dx^\alpha dx^\beta = c^2 d\tau^2$ . Второй член  $h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = d\sigma^2$  в сопутствующей системе отсчёта представляет собой квадрат физически наблюдаемого трёхмерного интервала\*

$$d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k. \quad (1.29)$$

Таким образом, четырёхмерный интервал, представленный через физически наблюдаемые величины, равен

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2. \quad (1.30)$$

Основные физически наблюдаемые свойства, присущие сопутствующему пространству отсчёта, были выведены Зельмановым в рамках теории хронометрических инвариантов.

В частности, Зельманов вывел два основных физически наблюдаемых свойства пространства отсчёта, исходя из свойства некоммутативности (отличия от нуля разности смешанных вторых производных по координатам)

$$\frac{*\partial^2}{\partial x^i \partial t} - \frac{*\partial^2}{\partial t \partial x^i} = \frac{1}{c^2} F_i \frac{*\partial}{\partial t}, \quad (1.31)$$

$$\frac{*\partial^2}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{*\partial^2}{\partial x^k \partial x^i} = \frac{2}{c^2} A_{ik} \frac{*\partial}{\partial t}, \quad (1.32)$$

введённых им х.и.-операторов дифференцирования

$$\frac{*\partial}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \frac{*\partial}{\partial x^i} = \frac{\partial}{\partial x^i} - \frac{g_{0i}}{g_{00}} \frac{\partial}{\partial x^0}. \quad (1.33)$$

---

\*Это благодаря тому, что  $h_{\alpha\beta}$  в сопутствующей системе отсчёта обладает всеми свойствами фундаментального метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$ .

Это — трёхмерные х.и.-величины: х.и.-вектор гравитационно-инерциальной силы  $F_i$  и антисимметричный х.и.-тензор угловой скорости вращения пространства отсчёта  $A_{ik}$

$$F_i = \frac{1}{1 - \frac{w}{c^2}} \left( \frac{\partial w}{\partial x^i} - \frac{\partial v_i}{\partial t} \right), \quad (1.34)$$

$$A_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_k}{\partial x^i} - \frac{\partial v_i}{\partial x^k} \right) + \frac{1}{2c^2} (F_i v_k - F_k v_i). \quad (1.35)$$

Величины  $w$  и  $v_i$  характеризуют тело отсчёта и его пространство отсчёта. Это — гравитационный потенциал

$$w = c^2 (1 - \sqrt{g_{00}}), \quad 1 - \frac{w}{c^2} = \sqrt{g_{00}}, \quad (1.36)$$

и линейная скорость вращения пространства

$$\left. \begin{aligned} v_i &= -c \frac{g_{0i}}{\sqrt{g_{00}}}, & v^i &= -c g^{0i} \sqrt{g_{00}} \\ v_i &= h_{ik} v^k, & v^2 &= v_k v^k = h_{ik} v^i v^k \end{aligned} \right\}. \quad (1.37)$$

Следует отметить, что  $w$  и  $v_i$  не обладают свойством хронометрической инвариантности, несмотря на то, что  $v_i = h_{ik} v^k$  получается как для х.и.-величины опусканием индекса с помощью х.и.-метрического тензора  $h_{ik}$ .

Зельманов также обнаружил, что х.и.-величины  $F_i$  и  $A_{ik}$  связаны друг с другом двумя следующими тождествами, которые мы называем *тождествами Зельманова*

$$\frac{* \partial A_{ik}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{* \partial F_k}{\partial x^i} - \frac{* \partial F_i}{\partial x^k} \right) = 0, \quad (1.38)$$

$$\frac{* \partial A_{km}}{\partial x^i} + \frac{* \partial A_{mi}}{\partial x^k} + \frac{* \partial A_{ik}}{\partial x^m} + \frac{1}{2} (F_i A_{km} + F_k A_{mi} + F_m A_{ik}) = 0. \quad (1.39)$$

В рамках квазиньютонова приближения, т.е. в слабом гравитационном поле при скоростях много меньших скорости света и при отсутствии вращения пространства,  $F_i$  преобразуется в обычную нерелятивистскую гравитационную силу  $F_i = \frac{\partial w}{\partial x^i}$ .

Зельманов также доказал следующую теорему, устанавливающую условие голономности пространства:

**Теорема Зельманова об условии голономности пространства**

Тождественное равенство нулю тензора  $A_{ik}$  в четырёхмерной области пространства-времени является необходимым и достаточным условием ортогональности пространственных сечений линиям времени повсюду в этой области.

Другими словами, необходимое и достаточное условие голономности пространства достигается приравниванием нулю тензора  $A_{ik}$ . Естественно, если пространственные сечения всюду ортогональны линиям времени (в таком случае пространство голономно), то величины  $g_{0i}$  равны нулю. Поскольку  $g_{0i} = 0$ , мы имеем  $v_i = 0$  и  $A_{ik} = 0$ . Поэтому тензор  $A_{ik}$  мы также будем называть *тензором неголономности пространства*.

Если где-то условия  $F_i = 0$  и  $A_{ik} = 0$  выполняются совместно, то там также выполняются и условия  $g_{00} = 1$  и  $g_{0i} = 0$  (т.е. условия  $g_{00} = 1$  и  $g_{0i} = 0$  можно удовлетворить преобразованием времени в такой области). В такой области, согласно (1.22),  $d\tau = dt$ : разница между координатным временем  $t$  и физически наблюдаемым временем  $\tau$  исчезает в отсутствие гравитационных полей и вращения пространства. Иными словами, согласно теории хронометрических инвариантов, разница между координатным временем  $t$  и физически наблюдаемым временем  $\tau$  возникает как из-за гравитационного поля, так и из-за вращения пространства тела отсчёта наблюдателя (планеты Земля для земного наблюдателя), или из-за каждого из этих факторов по отдельности.

С другой стороны, сомнительно найти такую область Вселенной, где отсутствовали бы гравитационные поля или вращение пространства. Поэтому на практике физически наблюдаемое время  $\tau$  и координатное время  $t$  отличаются друг от друга. Это означает, что реальное пространство нашей Вселенной неголономно и заполнено гравитационным полем, а голономное пространство, свободное от тяготения, может быть лишь его локальным приближением.

Условие голономности пространства (пространства-времени) напрямую связано с проблемой интегрируемости времени в нём. Формула интервала физически наблюдаемого времени (1.22) не имеет интегрирующего множителя. Другими словами, эта формула не может быть приведена к виду

$$d\tau = A dt, \quad (1.40)$$

где множитель  $A$  зависит только от  $t$  и  $x^i$ : в неголономном пространстве формула (1.22) имеет ненулевой второй член, зависящий от интервала координат  $dx^i$  и  $g_{0i}$ . В голономном пространстве  $A_{ik} = 0$ , поэтому  $g_{0i} = 0$ . В таком случае второй член в формуле (1.22) равен нулю, а первый член есть элементарный интервал координатного времени  $dt$  с интегрирующим множителем

$$A = \sqrt{g_{00}} = f(x^0, x^i), \quad (1.41)$$

так что мы можем написать интеграл

$$d\tau = \int \sqrt{g_{00}} dt. \quad (1.42)$$

Следовательно, время интегрируемо в голономном пространстве ( $A_{ik} = 0$ ), но не может быть интегрируемо в неголономном пространстве ( $A_{ik} \neq 0$ ). В случае, когда время интегрируемо (голономное пространство), мы можем синхронизировать часы в двух удалённых точках пространства, перемещая контрольные часы по пути между этими двумя точками. В случае, когда время не может быть интегрировано (неголономное пространство), синхронизация часов в двух удалённых точках в принципе невозможна: чем больше расстояние между этими двумя точками, тем больше расхождение времени на этих часах.

Пространство нашей планеты Земля неголономно из-за суточного вращения его вокруг земной оси. Следовательно, двое часов, расположенных в разных точках земной поверхности, должны обнаруживать расхождение между интервалами времени, регистрируемыми на каждом из них. Чем больше расстояние между этими часами, тем большее расхождение физически наблюдаемого времени предполагается наблюдать на этих часах. Этот эффект был надёжно подтверждён известным экспериментом Хафеле-Китинга [10–15] по перемещению стандартных атомных часов самолётом вокруг земного шара, где вращение земного пространства существенно изменяло измеряемое время. При полете по вращению Земли пространство наблюдателя на борту самолёта имело большее вращение, чем пространство наблюдателя, который оставался неподвижным на земле. Во время полёта против вращения Земли было наоборот. Атомные часы на борту самолёта показали значительное

расхождение наблюдаемого времени в зависимости от скорости вращения пространства.

Поскольку синхронизация часов в различных точках на поверхности Земли является важнейшей задачей морской навигации, а также авиации, раньше поправки на десинхронизацию вводились в виде таблиц эмпирически полученных поправок, учитывающих вращение Земли. Теперь, благодаря теории хронометрических инвариантов, мы знаем происхождение этих поправок и можем вычислить их на основе общей теории относительности.

Помимо гравитации и вращения, тело отсчёта может деформироваться, меняя со временем свои координатные сетки. Этот факт также следует учитывать при измерениях. Это можно сделать, введя в уравнения трёхмерный симметричный х.и.-тензор скоростей деформации пространства отсчёта

$$\left. \begin{aligned} D_{ik} &= \frac{1}{2} \frac{\partial h_{ik}}{\partial t}, & D^{ik} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial h^{ik}}{\partial t} \\ D &= h^{ik} D_{ik} = D_n^n = \frac{\partial \ln \sqrt{h}}{\partial t}, & h &= \det ||h_{ik}|| \end{aligned} \right\}. \quad (1.43)$$

В дополнение к вышесказанному, Зельманов пытался разработать четырёхмерное (общековариантное) обобщение хронометрически инвариантного формализма, названное им *ортометрическим монадным формализмом* [16]. Он вывел формулы для четырёхмерных величин

$$F_\alpha = -2c^2 b^\beta a_{\beta\alpha}, \quad (1.44)$$

$$A_{\alpha\beta} = c h_\alpha^\mu h_\beta^\nu a_{\mu\nu}, \quad (1.45)$$

$$D_{\alpha\beta} = c h_\alpha^\mu h_\beta^\nu d_{\mu\nu}, \quad (1.46)$$

которые являются общековариантным обобщением х.и.-величин  $F_i$ ,  $A_{ik}$ ,  $D_{ik}$ . Здесь вспомогательные величины  $a_{\alpha\beta}$  и  $d_{\alpha\beta}$  равны

$$a_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\nabla_\alpha b_\beta - \nabla_\beta b_\alpha), \quad d_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\nabla_\alpha b_\beta + \nabla_\beta b_\alpha). \quad (1.47)$$

Обычные символы Кристоффеля 2-го рода  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  и 1-го рода  $\Gamma_{\mu\nu,\sigma}$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = g^{\alpha\sigma} \Gamma_{\mu\nu,\sigma} = \frac{1}{2} g^{\alpha\sigma} \left( \frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} \right) \quad (1.48)$$

связаны с х.и.-символами Кристоффеля

$$\Delta_{jk}^i = h^{im} \Delta_{jk,m} = \frac{1}{2} h^{im} \left( \frac{* \partial h_{jm}}{\partial x^k} + \frac{* \partial h_{km}}{\partial x^j} - \frac{* \partial h_{jk}}{\partial x^m} \right), \quad (1.49)$$

которые Зельманов определил подобно  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ . Единственным отличием является то, что здесь вместо фундаментального метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$  используется х.и.-метрический тензор  $h_{ik}$ .

Зельманов обнаружил, что обычные символы Кристоффеля связаны с другими х.и.-характеристиками сопутствующего пространства отсчёта следующими соотношениями

$$D_k^i + A_{k \cdot}^i = \frac{c}{\sqrt{g_{00}}} \left( \Gamma_{0k}^i - \frac{g_{0k} \Gamma_{00}^i}{g_{00}} \right), \quad (1.50)$$

$$F^k = - \frac{c^2 \Gamma_{00}^k}{g_{00}}, \quad (1.51)$$

$$g^{i\alpha} g^{k\beta} \Gamma_{\alpha\beta}^m = h^{iq} h^{ks} \Delta_{qs}^m. \quad (1.52)$$

По аналогии с соответствующими абсолютными производными Зельманов ввёл также х.и.-производные

$$* \nabla_i Q_k = \frac{* \partial Q_k}{\partial x^i} - \Delta_{ik}^l Q_l, \quad (1.53)$$

$$* \nabla_i Q^k = \frac{* \partial Q^k}{\partial x^i} + \Delta_{il}^k Q^l, \quad (1.54)$$

$$* \nabla_i Q_{jk} = \frac{* \partial Q_{jk}}{\partial x^i} - \Delta_{ij}^l Q_{lk} - \Delta_{ik}^l Q_{jl}, \quad (1.55)$$

$$* \nabla_i Q_j^k = \frac{* \partial Q_j^k}{\partial x^i} - \Delta_{ij}^l Q_l^k + \Delta_{il}^k Q_j^l, \quad (1.56)$$

$$* \nabla_i Q^{jk} = \frac{* \partial Q^{jk}}{\partial x^i} + \Delta_{il}^j Q^{lk} + \Delta_{il}^k Q^{jl}, \quad (1.57)$$

$$* \nabla_i Q^i = \frac{* \partial Q^i}{\partial x^i} + \Delta_{ji}^j Q^i, \quad \Delta_{ji}^j = \frac{* \partial \ln \sqrt{h}}{\partial x^i}, \quad (1.58)$$

$$* \nabla_i Q^{ji} = \frac{* \partial Q^{ji}}{\partial x^i} + \Delta_{il}^j Q^{il} + \Delta_{li}^l Q^{ji}, \quad \Delta_{li}^l = \frac{* \partial \ln \sqrt{h}}{\partial x^i}. \quad (1.59)$$



Зельманов также получил х.и.-тензор кривизны и х.и.-проекции тензора Римана-Кристоффеля. Он следовал той же процедуре, по которой строится тензор Римана-Кристоффеля, исходя из некоммутативности вторых производных произвольного вектора. Взяв вторые х.и.-производные произвольного вектора

$${}^* \nabla_i {}^* \nabla_k Q_l - {}^* \nabla_k {}^* \nabla_i Q_l = \frac{2A_{ik}}{c^2} \frac{{}^* \partial Q_l}{\partial t} + H_{lki}{}^{\dots j} Q_j, \quad (1.60)$$

он получил х.и.-тензор

$$H_{lki}{}^{\dots j} = \frac{{}^* \partial \Delta_{il}^j}{\partial x^k} - \frac{{}^* \partial \Delta_{kl}^j}{\partial x^i} + \Delta_{il}^m \Delta_{km}^j - \Delta_{kl}^m \Delta_{im}^j, \quad (1.61)$$

который подобен тензору Схоутена из теории неголономных многообразий [17]. Тензор  $H_{lki}{}^{\dots j}$  отличен от тензора Римана-Кристоффеля присутствием тензора угловой скорости вращения пространства  $A_{ik}$  в формуле (1.60). Его обобщение даёт х.и.-тензор

$$C_{lkij} = \frac{1}{4} (H_{lkij} - H_{jkil} + H_{klji} - H_{iljk}), \quad (1.62)$$

который обладает всеми алгебраическими свойствами тензора кривизны Римана-Кристоффеля на пространственном сечении наблюдателя (его пространстве отсчёта). Поэтому Зельманов назвал  $C_{lkij}$  х.и.-тензором кривизны. Его свёртка даёт х.и.-скаляр  $C$ , который является наблюдаемой трёхмерной кривизной пространственного сечения наблюдателя (его пространства отсчёта)

$$C_{kj} = C_{kij}{}^{\dots i} = h^{im} C_{kimj}, \quad C = C_j^j = h^{lj} C_{lj}. \quad (1.63)$$

Подставляя компоненты тензора Римана-Кристоффеля в формулы его х.и.-проекций

$$X^{ik} = -c^2 \frac{R_{0 \dots 0}{}^{ik}}{g_{00}}, \quad Y^{ijk} = -c \frac{R_{0 \dots}{}^{ijk}}{\sqrt{g_{00}}}, \quad Z^{ijkl} = c^2 R^{ijkl} \quad (1.64)$$

и опуская индексы, после преобразований Зельманов получил

$$X_{ij} = \frac{{}^* \partial D_{ij}}{\partial t} - (D_i^l + A_i{}^l) (D_{jl} + A_{jl}) + ({}^* \nabla_i F_j + {}^* \nabla_j F_i) - \frac{1}{c^2} F_i F_j, \quad (1.65)$$

$$Y_{ijk} = {}^* \nabla_i (D_{jk} + A_{jk}) - {}^* \nabla_j (D_{ik} + A_{ik}) + \frac{2}{c^2} A_{ij} F_k, \quad (1.66)$$

$$Z_{iklj} = D_{ik} D_{lj} - D_{il} D_{kj} + A_{ik} A_{lj} - \\ - A_{il} A_{kj} + 2A_{ij} A_{kl} - c^2 C_{iklj}, \quad (1.67)$$

где  $Y_{(ijk)} = Y_{ijk} + Y_{jki} + Y_{kij} = 0$  как и для тензора кривизны Римана-Кристоффеля. Свёртка пространственной наблюдаемой проекции  $Z_{iklj}$  шаг за шагом даёт следующие х.и.-величины

$$Z_{il} = D_{ik} D_l^k - D_{il} D + A_{ik} A_l^k + 2A_{ik} A_{,l}^k - c^2 C_{il}, \quad (1.68)$$

$$Z = h^{il} Z_{il} = D_{ik} D^{ik} - D^2 - A_{ik} A^{ik} - c^2 C. \quad (1.69)$$

Таковы, вкратце, основы математического аппарата физически наблюдаемых величин — хронометрических инвариантов Зельманова [3–5].

Зная эти определения, мы можем вычислить, как выглядит любой геометрический объект четырёхмерного псевдориманова пространства (пространства-времени) с точки зрения любого наблюдателя, местонахождением которого является это пространство. Например, имея любое уравнение, полученное в общековариантном тензорном анализе, мы можем вычислить его х.и.-проекции на линию времени и на пространственное сечение любого конкретного тела отсчёта, а затем выразить эти х.и.-проекции через физически наблюдаемые свойства пространства отсчёта. Таким образом, мы придём к уравнениям, содержащим только практически измеримые величины.

### 1.3 Массовые частицы и безмассовые частицы

Согласно современным физическим представлениям, массовые частицы характеризуются четырёхмерным вектором импульса  $P^\alpha$ , а безмассовые частицы характеризуются четырёхмерным волновым вектором  $K^\alpha$ , т.е.

$$P^\alpha = m_0 \frac{dx^\alpha}{ds}, \quad K^\alpha = \frac{\omega}{c} \frac{dx^\alpha}{d\sigma}, \quad (1.70)$$

где  $m_0$  есть масса покоя, характеризующая массовую частицу, а  $\omega$  частота, характеризующая безмассовую частицу. В качестве параметра дифференцирования для массовых частиц (неизотропные

траектории,  $ds \neq 0$ ) используется пространственно-временной интервал  $ds$ . Вдоль изотропных траекторий  $ds = 0$  (для безмассовых частиц), но наблюдаемый трёхмерный интервал  $d\sigma \neq 0$ . Поэтому  $d\sigma$  берётся в качестве параметра дифференцирования для безмассовых частиц.

Квадрат вектора импульса  $P^\alpha$  вдоль траекторий массовых частиц отличен от нуля и постоянен

$$P_\alpha P^\alpha = g_{\alpha\beta} P^\alpha P^\beta = m_0^2 = \text{const} \neq 0, \quad (1.71)$$

т.е.  $P^\alpha$  является неизотропным вектором. Квадрат волнового вектора  $K^\alpha$  равен нулю вдоль траекторий безмассовых частиц

$$K_\alpha K^\alpha = g_{\alpha\beta} K^\alpha K^\beta = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta}{d\sigma^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{ds^2}{d\sigma^2} = 0, \quad (1.72)$$

таким образом,  $K^\alpha$  является изотропным вектором.

Поскольку  $ds^2$  в х.и.-форме (1.30) выражается через квадрат релятивистского корня как

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2 = c^2 d\tau^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad v^2 = h_{ik} v^i v^k, \quad (1.73)$$

мы можем записать  $P^\alpha$  и  $K^\alpha$  в виде

$$P^\alpha = m_0 \frac{dx^\alpha}{ds} = \frac{m}{c} \frac{dx^\alpha}{d\tau}, \quad K^\alpha = \frac{\omega}{c} \frac{dx^\alpha}{d\sigma} = \frac{k}{c} \frac{dx^\alpha}{d\tau}, \quad (1.74)$$

где  $k = \frac{\omega}{c}$  волновое число,  $m$  релятивистская масса. Из полученных формул видно, что физически наблюдаемое время  $\tau$  может быть использовано как универсальный параметр дифференцирования как для изотропных, так и для неизотропных траекторий, т.е. как единственный параметр дифференцирования для массовых и безмассовых частиц.

Вычисление контравариантных компонент вектора импульса  $P^\alpha$  и волнового вектора  $K^\alpha$  даёт

$$P^0 = m \frac{dt}{d\tau}, \quad P^i = \frac{m}{c} \frac{dx^i}{d\tau} = \frac{1}{c} m v^i, \quad (1.75)$$

$$K^0 = k \frac{dt}{d\tau}, \quad K^i = \frac{k}{c} \frac{dx^i}{d\tau} = \frac{1}{c} k v^i, \quad (1.76)$$

где  $m v^i$  трёхмерный х.и.-вектор импульса массовой частицы, а  $k v^i$  трёхмерный волновой х.и.-вектор безмассовой частицы. Наблюдаемая х.и.-скорость безмассовых частиц равна наблюдаемой х.и.-скорости света  $v^i = c^i$  (1.24).

Формулу для  $\frac{dt}{d\tau}$  можно получить из квадрата вектора четырёхмерной скорости частицы  $U^\alpha$ , которая для досветовой скорости, скорости света и сверхсветовой скорости равна, соответственно

$$g_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta = +1, \quad U^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}, \quad ds = c d\tau \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (1.77)$$

$$g_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta = 0, \quad U^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\sigma}, \quad ds = 0, \quad d\sigma = c d\tau, \quad (1.78)$$

$$g_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta = -1, \quad U^\alpha = \frac{dx^\alpha}{|ds|}, \quad ds = c d\tau \sqrt{\frac{v^2}{c^2} - 1}. \quad (1.79)$$

Подставляя определения  $h_{ik}$ ,  $v_i$ ,  $v^i$  в формулу для  $g_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta$ , мы приходим к трём совершенно идентичным квадратным уравнениям относительно  $\frac{dt}{d\tau}$  для досветовых скоростей, скорости света и сверхсветовых скоростей

$$\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - \frac{2v_i v^i}{c^2 \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)} \frac{dt}{d\tau} + \frac{1}{\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2} \left(\frac{1}{c^4} v_i v_k v^i v^k - 1\right) = 0. \quad (1.80)$$

Это квадратное уравнение имеет два решения

$$\left(\frac{dt}{d\tau}\right)_{1,2} = \frac{1}{1 - \frac{w}{c^2}} \left(\frac{1}{c^2} v_i v^i \pm 1\right). \quad (1.81)$$

Функция  $\frac{dt}{d\tau}$  позволяет узнать, в каком направлении движется частица во времени. Если  $\frac{dt}{d\tau} > 0$ , то параметр временной координаты  $t$  увеличивается, т.е. частица движется из прошлого в будущее (прямой ход времени). Если  $\frac{dt}{d\tau} < 0$ , то параметр временной координаты уменьшается, т.е. частица движется из будущего в прошлое (обратный ход времени).

Мы принимаем  $1 - \frac{w}{c^2} = \sqrt{g_{00}} > 0$ , поскольку остальные случаи  $\sqrt{g_{00}} = 0$  и  $\sqrt{g_{00}} < 0$  противоречат сигнатурным условиям (+---) пространства-времени общей теории относительности. Поэтому координатное время  $t$  останавливается  $\frac{dt}{d\tau} = 0$  при условии

$$v_i v^i = -c^2, \quad v_i v^i = +c^2. \quad (1.82)$$

Координатное время  $t$  имеет прямой ход  $\frac{dt}{d\tau} > 0$ , если в первом и втором решениях, соответственно,

$$\frac{1}{c^2} v_i v^i + 1 > 0, \quad \frac{1}{c^2} v_i v^i - 1 > 0. \quad (1.83)$$

Координатное время  $t$  имеет обратный ход  $\frac{dt}{d\tau} < 0$  при

$$\frac{1}{c^2} v_i v^i + 1 < 0, \quad \frac{1}{c^2} v_i v^i - 1 < 0. \quad (1.84)$$

Для досветовых частиц всегда  $v_i v^i < c^2$ . Следовательно, прямой ход времени для обычно наблюдаемых массовых частиц имеет место при первом условии из (1.83), а обратный ход времени имеет место при втором условии из (1.84).

Обратите внимание, что мы рассмотрели проблему направления координатного времени  $t$ , предполагая, что интервал физически наблюдаемого времени всегда  $d\tau > 0$ . Это связано со свойством любого обычного наблюдателя воспринимать события своего мира в порядке от прошлого к будущему.

Теперь по формулам (1.75), (1.76), (1.81) вычислим ковариантные компоненты  $P_i$  и  $K_i$ , затем — проекции четырёхмерных векторов  $P^\alpha$  и  $K^\alpha$  на линию времени. Мы получаем

$$P_i = -\frac{m}{c} (v_i \pm v_i), \quad K_i = -\frac{k}{c} (v_i \pm v_i), \quad (1.85)$$

$$\frac{P_0}{\sqrt{g_{00}}} = \pm m, \quad \frac{K_0}{\sqrt{g_{00}}} = \pm k, \quad (1.86)$$

где временные проекции  $+m$  и  $+k$  имеют место при наблюдении движения этих частиц в будущее (прямой ход времени), а  $-m$  и  $-k$  имеют место при наблюдении движения этих частиц в прошлое (обратный ход времени).

Поэтому физически наблюдаемые величины для массовой частицы — её релятивистская масса  $\pm m$  и трёхмерная величина  $\frac{1}{c} m v^i$ , где  $m v^i$  наблюдаемый вектор импульса частицы. Для безмассовой частицы это — её волновое число  $\pm k$  и трёхмерная величина  $\frac{1}{c} k v^i$ , где  $k v^i$  наблюдаемый волновой вектор частицы.

Из полученных формул (1.85) и (1.86) видно, что наблюдаемый волновой вектор  $k v^i$ , характеризующий безмассовые частицы,

является полным аналогом наблюдаемого вектора импульса  $mv^i$ , характеризующего массовые частицы.

Подставляя полученные формулы для  $P^0$ ,  $P^i$ ,  $K^0$ ,  $K^i$ , а также формулу для  $g_{ik}$ , выраженную через  $h_{ik} = -g_{ik} + \frac{1}{c^2} v_i v_k$  в формулы для  $P_\alpha P^\alpha$  (1.71) и  $K_\alpha K^\alpha$  (1.72), мы приходим к соотношению между физически наблюдаемой энергией и физически наблюдаемым импульсом для массовой частицы

$$\frac{E^2}{c^2} - m^2 v_i v^i = \frac{E_0^2}{c^2}, \quad (1.87)$$

а также для безмассовой частицы

$$h_{ik} v^i v^k = c^2, \quad (1.88)$$

где  $E = \pm mc^2$  релятивистская энергия массовой частицы, тогда как  $E_0 = m_0 c^2$  её энергия покоя.

Сравнивая полученные общие формулы для  $P^\alpha$  и  $K^\alpha$  (1.74), мы приходим к выводу, что универсальным параметром дифференцирования, одинаковым для массовых и для безмассовых частиц, является физически наблюдаемое время  $\tau$ . И это несмотря на то, что четырёхмерные динамические векторы для частиц каждого из этих двух видов, т.е. векторы  $P^\alpha$  и  $K^\alpha$ , отличаются друг от друга.

Теперь найдём универсальный динамический вектор, который в частных случаях может быть представлен как динамический вектор массовой частицы  $P^\alpha$  и безмассовой частицы  $K^\alpha$ . Мы будем решать эту задачу, предположив, что корпускулярно-волновой дуализм, впервые введённый Луи де Бройлем для безмассовых частиц, свойственен частицам всех без исключения видов. То есть будем рассматривать движение безмассовых и массовых частиц как распространение волн в приближении геометрической оптики.

Четырёхмерный волновой вектор безмассовых частиц  $K^\alpha$  в приближении геометрической оптики равен [2]

$$K_\alpha = \frac{\partial \psi}{\partial x^\alpha}, \quad (1.89)$$

где  $\psi$  фаза волны (*эйконал*). Тем же самым путём мы вводим четырёхмерный вектор импульса массовой частицы

$$P_\alpha = \frac{\hbar}{c} \frac{\partial \psi}{\partial x^\alpha}, \quad (1.90)$$

где  $\hbar$  постоянная Планка, а коэффициент  $\frac{\hbar}{c}$  выравнивает размерности обеих частей уравнения. Из этих формул мы получаем

$$\frac{K_0}{\sqrt{g_{00}}} = \frac{1}{c} \frac{* \partial \psi}{\partial t}, \quad \frac{P_0}{\sqrt{g_{00}}} = \frac{\hbar}{c^2} \frac{* \partial \psi}{\partial t}. \quad (1.91)$$

Приравнивая величины (1.91) к (1.86), мы получаем

$$\pm \omega = \frac{* \partial \psi}{\partial t}, \quad \pm m = \frac{\hbar}{c^2} \frac{* \partial \psi}{\partial t}. \quad (1.92)$$

Отсюда мы видим, что значение  $+\omega$  для безмассовой частицы и  $+m$  для массовой частицы имеют место для фазы волны  $\psi$ , возрастающей со временем, а  $-\omega$  и  $-m$  имеют место при убывающей со временем фазе волны. Из этих выражений получаем формулу для энергии как безмассовой, так и массовой частицы, учитывающую дуальную (корпускулярно-волновую) природу частицы

$$\pm m c^2 = \pm \hbar \omega = \hbar \frac{* \partial \psi}{\partial t} = E. \quad (1.93)$$

Теперь из (1.90) получаем зависимость между х.и.-импульсом  $p^i$  частицы и фазой её волны  $\psi$

$$p^i = m v^i = -\hbar h^{ik} \frac{* \partial \psi}{\partial x^k}, \quad p_i = m v_i = -\hbar \frac{* \partial \psi}{\partial x^i}. \quad (1.94)$$

Как известно [2], условие  $K_\alpha K^\alpha = 0$  можно представить в виде

$$g^{\alpha\beta} \frac{\partial \psi}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \psi}{\partial x^\beta} = 0, \quad (1.95)$$

которое является основным уравнением геометрической оптики, известным как *уравнение эйконала*. Выражая обычные операторы дифференцирования через х.и.-операторы дифференцирования и принимая во внимание, что

$$g^{00} = \frac{1 - \frac{1}{c^2} v_i v^i}{g_{00}}, \quad g^{ik} = -h^{ik}, \quad v^i = -c g^{0i} \sqrt{g_{00}}, \quad (1.96)$$

мы приходим к х.и.-уравнению эйконала для безмассовых частиц

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{* \partial \psi}{\partial t} \right)^2 - h^{ik} \frac{* \partial \psi}{\partial x^i} \frac{* \partial \psi}{\partial x^k} = 0. \quad (1.97)$$

Таким же образом мы получаем х.и.-уравнение эйконала для массовых частиц

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 - h^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} = \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2}, \quad (1.98)$$

которое при  $m_0 = 0$  становится таким же, как предыдущее х.и.-уравнение эйконала (полученное для безмассовых частиц).

Подставив релятивистскую массу  $m$  (1.92) в общую формулу для  $P^\alpha$  (1.74), мы получаем динамический вектор  $P^\alpha$ , характеризующий движение как безмассовых, так и массовых частиц в приближении геометрической оптики

$$P^\alpha = \frac{\hbar \omega}{c^3} \frac{dx^\alpha}{d\tau}, \quad P_\alpha P^\alpha = \frac{\hbar^2 \omega^2}{c^4} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right). \quad (1.99)$$

Длина вектора  $P^\alpha$  является действительной при  $v < c$ , равна нулю при  $v = c$  и является мнимой величиной при  $v > c$ . Таким образом, полученный динамический вектор  $P^\alpha$  характеризует частицы с любой масса покоя (реальной, нулевой или мнимой).

Наблюдаемые проекции полученного универсального динамического вектора  $P^\alpha$  равны

$$\frac{P_0}{\sqrt{g_{00}}} = \pm \frac{\hbar \omega}{c^2}, \quad P^i = \frac{\hbar \omega}{c^3} v^i, \quad (1.100)$$

где наблюдаемая проекция времени имеет размерность массы, а величина  $p^i = cP^i$  имеет размерность импульса.

#### 1.4 Полностью вырожденное пространство. Нуль-частицы

Как известно, вдоль траекторий безмассовых частиц (изотропных траекторий) четырёхмерный интервал равен нулю

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2 = 0, \quad c^2 d\tau^2 = d\sigma^2 \neq 0. \quad (1.101)$$

Однако  $ds^2 = 0$  не только при  $c^2 d\tau^2 = d\sigma^2$ , но и при выполнении ещё более строгого условия  $c^2 d\tau^2 = d\sigma^2 = 0$ . Условие  $d\tau^2 = 0$  означает, что физически наблюдаемое время  $\tau$  имеет одно и то же численное значение на всей траектории. Условие  $d\sigma^2 = 0$  означает, что все трёхмерные траектории имеют нулевую длину. Принимая во внимание определения  $d\tau$  (1.22),  $d\sigma^2$  (1.29), а также тот факт,



что в любой сопутствующей системе отсчёта  $h_{00} = h_{0i} = 0$ , запишем условия  $d\tau^2 = 0$  и  $d\sigma^2 = 0$  в следующей расширенной форме

$$cd\tau = \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i) \right] c dt = 0, \quad dt \neq 0, \quad (1.102)$$

$$d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k = 0, \quad (1.103)$$

где  $u^i = \frac{dx^i}{dt}$  трёхмерная координатная скорость частицы, не являющаяся физически наблюдаемой х.и.-величиной.

Как известно, необходимое и достаточное условие полного вырождения метрики означает равенство определителя метрического тензора нулю. Для трёхмерной физически наблюдаемой метрики  $d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k$  это условие имеет вид

$$h = \det \|h_{ik}\| = 0. \quad (1.104)$$

Определитель х.и.-метрического тензора  $h_{ik}$  равен [3–5]

$$h = -\frac{g}{g_{00}}, \quad g = \det \|g_{\alpha\beta}\|. \quad (1.105)$$

Следовательно, вырождение трёхмерной формы  $d\sigma^2$ , т.е.  $h = 0$ , означает также вырождение четырёхмерной формы  $ds^2$ , т.е.  $g = 0$ . Поэтому четырёхмерное пространство (пространство-время), в котором выполняются условия (1.102) и (1.103), является *полностью вырожденным пространством-временем*.

Подставляя  $h_{ik} = -g_{ik} + \frac{1}{c^2} v_i v_k$  в (1.103), затем разделив его на  $dt^2$ , получаем (1.102) и (1.103), являющиеся *физическими условиями вырождения пространства*, в окончательном виде

$$w + v_i u^i = c^2, \quad g_{ik} u^i u^k = c^2 \left( 1 - \frac{w}{c^2} \right)^2, \quad (1.106)$$

где  $v_i u^i$  является скалярным произведением линейной скорости вращения пространства  $v_i$  и координатной скорости частицы  $u^i$ .

Если все величины  $v_i = 0$  (пространство голономно), то  $w = c^2$ , а также  $\sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2} = 0$ . Это означает, что гравитационный потенциал тела отсчёта  $w$  достаточно силён в данной точке пространства, чтобы привести пространство к гравитационному коллапсу в этой точке. Этот случай здесь обсуждаться не будет.

Ниже мы рассмотрим вырождение четырёхмерного пространства (пространства-времени) в случае, когда пространство неголономно ( $v_i \neq 0$ ), т.е. наблюдатель испытывает вращение.

Используя определение  $d\tau$  (1.22), получаем связь между координатной скоростью  $u^i$  и наблюдаемой скоростью  $v^i$ , где учитывается первое условие вырождения пространства

$$v^i = \frac{u^i}{1 - \frac{1}{c^2} (w + v_k u^k)}. \quad (1.107)$$

Теперь мы можем записать  $ds^2$  в таком виде, чтобы первое условие вырождения было представлено явно

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = c^2 dt^2 \left\{ \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_k u^k) \right]^2 - \frac{u^2}{c^2} \right\}. \quad (1.108)$$

Очевидно, что вырожденное пространство-время может содержать только те частицы, для которых выполняются физические условия вырождения (1.106).

Мы будем называть полностью вырожденное пространство-время *нуль-пространством*, а частицы, существующие в полностью вырожденном пространстве-времени (нуль-пространстве), будем называть *нуль-частицами*.

## 1.5 Обобщённое пространство для всех трёх видов частиц

Ранее мы рассматривали движение массовых и безмассовых частиц в четырёхмерном пространстве-времени со строго невырожденной метрикой ( $g < 0$ ). Теперь мы будем рассматривать движение частиц в таком пространстве-времени, в котором допускается вырождение метрики ( $g \leq 0$ ).

Мы уже получили метрику такого расширенного пространства-времени (1.108). Тогда вектор импульса массовой частицы  $P^\alpha$  в расширенном пространстве-времени ( $g \leq 0$ ) принимает вид

$$P^\alpha = m_0 \frac{dx^\alpha}{ds} = \frac{M}{c} \frac{dx^\alpha}{dt}, \quad (1.109)$$

$$M = \frac{m_0}{\sqrt{\left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_k u^k) \right]^2 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad (1.110)$$

где  $M$  обозначает *гравитационно-вращательную массу* частицы. Такая масса  $M$  зависит не только от трёхмерной скорости частицы относительно наблюдателя, но и гравитационного потенциала  $w$  (поля тела отсчёта) и линейной скорости вращения самого пространства  $v_i$ .

Из полученной формулы (1.109) мы видим, что в четырёхмерном пространстве-времени, в котором допускается вырождение метрики ( $g \leq 0$ ), обобщённым параметром дифференцирования является координатное время  $t$ .

Подставляя  $v^2$  из (1.107) и  $m_0 = m \sqrt{1 - v^2/c^2}$  в эту формулу, мы приходим к зависимости между релятивистской массой частицы  $m$  и её гравитационно-вращательной массой  $M$

$$M = \frac{m}{1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)}. \quad (1.111)$$

Из полученной формулы мы видим, что  $M$  есть отношение двух величин, каждая из которых равна нулю в случае вырожденной метрики ( $g = 0$ ), но само их отношение не равно нулю  $M \neq 0$ .

Этот факт не удивителен. То же верно и для релятивистской массы  $m$  в случае  $v^2 = c^2$ . Когда  $m_0 = 0$  и  $\sqrt{1 - v^2/c^2} = 0$ , отношение этих величин не равно нулю  $m \neq 0$ .

Таким образом, светоподобные (безмассовые) частицы являются предельным случаем массовых частиц при  $v \rightarrow c$ . Нуль-частицы можно рассматривать как предельный случай светоподобных, движущихся в неголономном пространстве с наблюдаемой скоростью  $v^i$  (1.107), зависящей от гравитационного потенциала  $w$  тела отсчёта и от направления относительно линейной скорости вращения пространства.

Вычисляя, получаем, что временная компонента мирового динамического вектора  $P^\alpha$  (1.109) и физически наблюдаемая проекция этого вектора на линию времени равны

$$P^0 = M = \frac{m}{1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)}, \quad (1.112)$$

$$\frac{P_0}{\sqrt{g_{00}}} = M \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i) \right] = m, \quad (1.113)$$

тогда как пространственные компоненты этого вектора равны

$$P^i = \frac{M}{c} u^i = \frac{m}{c} v^i, \quad (1.114)$$

$$P_i = -\frac{M}{c} \left[ u_i + v_i - \frac{1}{c^2} v_i (w + v_k u^k) \right]. \quad (1.115)$$

При физических условиях вырождения (1.106), т.е. в полностью вырожденной области расширенного пространства-времени, эти компоненты принимают вид

$$P^0 = M \neq 0, \quad \frac{P_0}{\sqrt{g_{00}}} = m = 0, \quad (1.116)$$

$$P^i = \frac{M}{c} u^i, \quad P_i = -\frac{M}{c} u_i, \quad (1.117)$$

т.е. частицы вырожденного пространства-времени (нуль-частицы) имеют нулевую релятивистскую массу, но их гравитационно-вращательные массы не равны нулю.

Теперь рассмотрим массовые частицы в рамках корпускулярно-волнового дуализма. В таком случае компоненты универсального динамического вектора  $P_\alpha = \frac{\hbar}{c} \frac{* \partial \psi}{\partial x^\alpha}$  (1.90) равны

$$\frac{P_0}{\sqrt{g_{00}}} = m = M \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i) \right] = \frac{\hbar}{c^2} \frac{* \partial \psi}{\partial t}, \quad (1.118)$$

$$P_i = \frac{\hbar}{c} \left( \frac{* \partial \psi}{\partial x^i} - \frac{1}{c^2} v_i \frac{* \partial \psi}{\partial t} \right), \quad (1.119)$$

$$P^i = \frac{m}{c} v^i = \frac{M}{c} u^i = -\frac{\hbar}{c} h^{ik} \frac{* \partial \psi}{\partial x^k}, \quad (1.120)$$

$$P^0 = M = \frac{\hbar}{c^2 \left( 1 - \frac{w}{c^2} \right)} \left( \frac{* \partial \psi}{\partial t} - v^i \frac{* \partial \psi}{\partial x^i} \right). \quad (1.121)$$

Из этих компонент можно получить следующие две формулы

$$M c^2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)} \hbar \frac{* \partial \psi}{\partial t} = \hbar \Omega = E_{\text{tot}}, \quad (1.122)$$

$$M u^i = -\hbar h^{ik} \frac{* \partial \psi}{\partial x^k}, \quad (1.123)$$

где  $\Omega$  гравитационно-вращательная частота частицы, а  $\omega$  её обычная частота

$$\Omega = \frac{\omega}{1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_i u^i)}, \quad \omega = \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (1.124)$$

Первое соотношение (1.122) связывает гравитационно-вращательную массу  $M$  с соответствующей полной энергией  $E_{\text{tot}}$ . Второе соотношение (1.123) связывает трёхмерный обобщенный импульс  $Mu^i$  с градиентом фазы волны  $\psi$ .

Условие  $P_\alpha P^\alpha = \text{const}$  в приближении геометрической оптики (уравнение эйконала) имеет вид (1.98). Для его корпускулярной формы в расширенном пространстве-времени мы получаем

$$\frac{E^2}{c^2} - M^2 u^2 = \frac{E_0^2}{c^2}, \quad (1.125)$$

где  $M^2 u^2$  есть квадрат трёхмерного обобщённого вектора импульса,  $E = mc^2$ , и  $E_0 = m_0 c^2$ . Отсюда получаем формулу для универсального динамического вектора, включающую первое условие вырождения пространства

$$P^\alpha = \frac{\hbar \Omega}{c^3} \frac{dx^\alpha}{dt} = \frac{\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}}{c^3 \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_i u^i) \right]} \frac{dx^\alpha}{\partial t}, \quad (1.126)$$

$$P_\alpha P^\alpha = \frac{\hbar^2 \Omega^2}{c^4} \left\{ \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_i u^i) \right]^2 - \frac{u^2}{c^2} \right\}. \quad (1.127)$$

В вырожденной области расширенного пространства-времени  $m_0 = 0$ ,  $m = 0$ ,  $\omega = \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$  и  $P_\alpha P^\alpha = 0$ . Это означает, что с точки зрения наблюдателя, находящегося в нашем мире, частицы вырожденной области (нуль-частицы) имеют нулевую массу покоя  $m_0$ , нулевую релятивистскую массу  $m$  и нулевую релятивистскую частоту  $\omega$  (соответствующую релятивистской массе в корпускулярно-волновом дуализме), а длина четырёхмерного динамического вектора любой нуль-частицы сохраняется. Так же для нуль-частиц гравитационная вращательная масса  $M$  (1.110), трёхмерный обобщенный импульс  $Mu^i$  (1.123) и гравитационная вращательная частота  $\Omega$  (1.124), которая соответствует массе  $M$  согласно корпускулярно-волновому дуализму, не равны нулю.

Метрика нуль-пространства  $d\mu^2$  не является инвариантной с точки зрения внутреннего наблюдателя, находящегося в нулевом пространстве. Это можно доказать, исходя из второго условия вырождения  $d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k = 0$ . Подставив в него  $h_{ik} = -g_{ik} + \frac{1}{c^2} v_i v_k$ , разделив на  $dt^2$ , а затем, подставляя первое условие вырождения  $w + v_i u^i = c^2$ , мы получаем метрику внутри нуль-пространства

$$d\mu^2 = g_{ik} dx^i dx^k = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 \neq inv, \quad (1.128)$$

которая, как очевидно, не является инвариантной. Следовательно, с точки зрения наблюдателя, находящегося в нуль-пространстве, длина четырёхмерного вектора любой нуль-частицы не сохраняется вдоль её траектории

$$U_\alpha U^\alpha = g_{ik} u^i u^k = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 \neq const. \quad (1.129)$$

Уравнение эйконала для нуль-частиц можно получить, подставив условия  $m = 0$ ,  $\omega = \frac{* \partial \psi}{\partial t} = 0$ ,  $P_\alpha P^\alpha = 0$  в уравнение эйконала (1.97) или (1.98), которые мы получили для массовых и безмассовых частиц, соответственно. В результате получаем, что уравнение эйконала для нуль-частиц в системе отсчёта обычного наблюдателя, находящегося в нашем мире, имеет вид

$$h^{ik} \frac{* \partial \psi}{\partial x^i} \frac{* \partial \psi}{\partial x^k} = 0 \quad (1.130)$$

и представляет собой уравнение стоячей волны. Это означает, что нуль-частицы выглядят с нашей точки зрения как *стоячие световые волны* — волны остановленного света (*информационные кольца*, или *светоподобные голограммы*).

В результате нашего исследования расширенного пространства-времени, в котором допускается полное вырождение метрики, мы заключаем, что в таком пространстве-времени существуют два предельных пространственно-временных барьера:

- 1) *Световой барьер*, для преодоления которого частица должна превысить скорость света;
- 2) *Нуль-переход*, для преодоления которого частица должна находиться в состоянии вращения, соответствующего условию вырождения пространства.

## 1.6 Уравнения движения: общие положения

Теперь мы получим динамические уравнения движения свободных частиц в расширенном пространстве-времени ( $g \leq 0$ ), т.е. уравнения движения для массовых частиц, безмассовых частиц и нуль-частицы в общей форме.

С геометрической точки зрения речь идёт об уравнениях параллельного переноса в смысле Леви-Чивиты, применённых к универсальному динамическому вектору  $P^\alpha$ , т.е.

$$DP^\alpha = dP^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha P^\mu dx^\nu = 0. \quad (1.131)$$

Уравнения параллельного переноса (1.131) записаны в общековариантной форме. Чтобы мы могли использовать их на практике, уравнения должны содержать только хронометрически инвариантные (физически наблюдаемые) величины. Чтобы привести уравнения к такому виду, мы спроецируем их на линию времени и на пространственное сечение системы отсчёта, которая сопровождает наше тело отсчёта. Мы получаем

$$\left. \begin{aligned} b_\alpha DP^\alpha &= \sqrt{g_{00}} \left( dP^0 + \Gamma_{\mu\nu}^0 P^\mu dx^\nu \right) + \\ &+ \frac{g_{0i}}{\sqrt{g_{00}}} \left( dP^i + \Gamma_{\mu\nu}^i P^\mu dx^\nu \right) = 0 \\ h_\beta^i DP^\beta &= dP^i + \Gamma_{\mu\nu}^i P^\mu dx^\nu = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.132)$$

Символы Кристоффеля, встречающиеся в этих х.и.-уравнениях (1.132), пока ещё не выражены через х.и.-величины. Мы выражаем символы Кристоффеля 2-го рода  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  и 1-го рода  $\Gamma_{\mu\nu,\sigma}$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = g^{\alpha\sigma} \Gamma_{\mu\nu,\sigma}, \quad \Gamma_{\mu\nu,\rho} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{\mu\rho}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} \right) \quad (1.133)$$

через х.и.-свойства сопутствующей системы отсчёта. Выражая компоненты  $g^{\alpha\beta}$  и первые производные от  $g_{\alpha\beta}$  через  $F_i$ ,  $A_{ik}$ ,  $D_{ik}$ ,  $w$ ,  $v_i$ , после некоторых вычислений получаем

$$\Gamma_{00,0} = -\frac{1}{c^3} \left( 1 - \frac{w}{c^2} \right) \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (1.134)$$

$$\Gamma_{00,i} = \frac{1}{c^2} \left( 1 - \frac{w}{c^2} \right)^2 F_i + \frac{1}{c^4} v_i \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (1.135)$$

$$\Gamma_{0i,0} = -\frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) \frac{\partial w}{\partial x^i}, \quad (1.136)$$

$$\Gamma_{0i,j} = -\frac{1}{c} \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) \left(D_{ij} + A_{ij} + \frac{1}{c^2} F_j v_i\right) + \frac{1}{c^3} v_j \frac{\partial w}{\partial x^i}, \quad (1.137)$$

$$\Gamma_{ij,0} = \frac{1}{c} \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) \left[D_{ij} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x^i} + \frac{\partial v_i}{\partial x^j}\right) + \frac{1}{2c^2} (F_i v_j + F_j v_i)\right], \quad (1.138)$$

$$\Gamma_{ij,k} = -\Delta_{ij,k} + \frac{1}{c^2} \left[ v_i A_{jk} + v_j A_{ik} + \frac{1}{2} v_k \left(\frac{\partial v_j}{\partial x^i} + \frac{\partial v_i}{\partial x^j}\right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2c^2} v_k (F_i v_j + F_j v_i) \right] + \frac{1}{c^4} F_k v_i v_j, \quad (1.139)$$

$$\Gamma_{00}^0 = -\frac{1}{c^3} \left[ \frac{1}{1 - \frac{w}{c^2}} \frac{\partial w}{\partial t} + \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) v_k F^k \right], \quad (1.140)$$

$$\Gamma_{00}^k = -\frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 F^k, \quad (1.141)$$

$$\Gamma_{0i}^0 = \frac{1}{c^2} \left[ -\frac{1}{1 - \frac{w}{c^2}} \frac{\partial w}{\partial x^i} + v_k \left(D_i^k + A_i^k + \frac{1}{c^2} v_i F^k\right) \right], \quad (1.142)$$

$$\Gamma_{0i}^k = \frac{1}{c} \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) \left(D_i^k + A_i^k + \frac{1}{c^2} v_i F^k\right), \quad (1.143)$$

$$\Gamma_{ij}^0 = -\frac{1}{c \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)} \left\{ -D_{ij} + \frac{1}{c^2} v_n \times \right. \\ \times \left[ v_j (D_i^n + A_i^n) + v_i (D_j^n + A_j^n) + \frac{1}{c^2} v_i v_j F^n \right] + \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i}\right) - \frac{1}{2c^2} (F_i v_j + F_j v_i) - \Delta_{ij}^n v_n \right\}, \quad (1.144)$$

$$\Gamma_{ij}^k = \Delta_{ij}^k - \frac{1}{c^2} \left[ v_i (D_j^k + A_j^k) + v_j (D_i^k + A_i^k) + \frac{1}{c^2} v_i v_j F^k \right], \quad (1.145)$$

где  $\Delta_{jk}^i$  суть х.и.-символы Кристоффеля (1.49), определяемые подобно  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ , но используя  $h_{ik}$  вместо  $g_{\alpha\beta}$ .

Выразив обычные операторы дифференцирования через х.и.-операторы дифференцирования и записав  $dx^0 = c dt$  через  $d\tau$  (1.22),



мы получаем х.и.-формулу для обычного дифференциала, т.е. выраженного через х.и.-величины

$$d = \frac{\partial}{\partial x^\alpha} dx^\alpha = \frac{* \partial}{\partial t} d\tau + \frac{* \partial}{\partial x^i} dx^i. \quad (1.146)$$

Обозначая х.и.-проекции вектора  $P^\alpha$  как  $\varphi$  и  $q^i$ , мы имеем

$$\frac{P_0}{\sqrt{g_{00}}} = \varphi, \quad P^i = q^i, \quad (1.147)$$

$$P^0 = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}} \left( \varphi + \frac{1}{c} v_k q^k \right), \quad P_i = -\frac{\varphi}{c} v_i - q_i. \quad (1.148)$$

Подставляя эти формулы в (1.132), мы получаем х.и.-уравнения параллельного переноса вектора  $P^\alpha$ , которые имеют вид

$$\left. \begin{aligned} d\varphi + \frac{1}{c} \left( -F_i q^i d\tau + D_{ik} q^i dx^k \right) &= 0 \\ dq^i + \left( \frac{\varphi}{c} dx^k + q^k d\tau \right) \left( D_k^i + A_k^i \right) - \\ &\quad - \frac{\varphi}{c} F^i d\tau + \Delta_{mk}^i q^m dx^k = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.149)$$

От полученных уравнений (1.149) можно легко перейти к искомым динамическим уравнениям движения, подставляя  $\varphi$  и  $q^i$  для частиц разных видов в (1.149) и затем разделив на  $dt$ .

## 1.7 Уравнения движения в обобщённом пространстве

Корпускулярная и волновая формы универсального динамического вектора  $P^\alpha$  для этого случая были получены в §1.5.

### 1.7.1 Уравнения движения вещественных массовых частиц

Из (1.113) и (1.114) мы получаем х.и.-проекции  $P^\alpha$  в корпускулярной форме для вещественных массовых частиц

$$\varphi = M \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_k u^k) \right], \quad q^i = M \frac{u^i}{c}, \quad (1.150)$$

где мы имеем  $\frac{u^2}{\left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_i u^i) \right]^2} < c^2$ ,  $d\tau \neq 0$ ,  $dt \neq 0$ .

Отсюда мы сразу приходим к корпускулярной форме динамических уравнений движения вещественных массовых частиц

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left\{ M \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_k u^k) \right] \right\} - \\ & - \frac{M}{c^2} \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_k u^k) \right] F_i u^i + \frac{M}{c^2} D_{ik} u^i u^k = 0 \\ & \frac{d}{dt} (M u^i) + 2M \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_k u^k) \right] (D_n^i + A_n^i) u^n - \\ & - M \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_k u^k) \right] F^i + M \Delta_{nk}^i u^n u^k = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.151)$$

где  $d = \frac{*}{\partial t} d\tau + \frac{*}{\partial x^i} dx^i$ ,  $\frac{d}{dt} = \frac{*}{\partial t} + v^i \frac{*}{\partial x^i}$ , а также

$$\frac{d}{dt} = \frac{*}{\partial t} \frac{d\tau}{dt} + u^i \frac{*}{\partial x^i} = \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_m u^m) \right] \frac{*}{\partial t} + u^i \frac{*}{\partial x^i}. \quad (1.152)$$

Для волновой формы универсального динамического вектора  $P^\alpha$  вещественных массовых частиц, по (1.118) и (1.120), имеем

$$\varphi = \frac{\hbar}{c^2} \frac{*}{\partial t} \psi, \quad q^i = -\frac{\hbar}{c} h^{ik} \frac{*}{\partial x^k} \psi, \quad (1.153)$$

где наблюдаемое изменение фазы волны  $\psi$ , т.е. х.и.-функция  $\frac{*}{\partial t} \psi$ , положительна при движении частиц из прошлого в будущее, и отрицательна для движущихся из будущего в прошлое. Отсюда мы приходим к волновой форме (1.151), т.е. к динамическим уравнениям распространения волн, соответствующим вещественным массовым частицам согласно корпускулярно-волновому дуализму

$$\left. \begin{aligned} & \pm \frac{d}{d\tau} \left( \frac{*}{\partial t} \psi \right) + \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_p u^p) \right] F^i \frac{*}{\partial x^i} \psi - D_k^i u^k \frac{*}{\partial x^i} \psi = 0 \\ & \frac{d}{d\tau} \left( h^{ik} \frac{*}{\partial x^k} \psi \right) \pm \frac{1}{c^2} \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_p u^p) \right] \frac{*}{\partial t} F^i \psi - \\ & - \left\{ \pm \frac{1}{c^2} \frac{*}{\partial t} u^k - h^{km} \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{w} + v_p u^p) \right] \frac{*}{\partial x^m} \psi \right\} \times \\ & \times \left( D_k^i + A_k^i \right) + h^{mn} \Delta_{mk}^i u^k \frac{*}{\partial x^n} \psi = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.154)$$

Как видно, первый член во временном х.и.-уравнении и два члена в пространственном х.и.-уравнении (1.154) положительны для частиц-волн, движущихся из прошлого в будущее, а в случае движения из будущего в прошлое эти члены отрицательны.

### 1.7.2 Уравнения движения мнимых массовых частиц

В этом случае  $\varphi$  и  $q^i$  корпускулярной формы  $P^\alpha$  будут отличаться от представленных для вещественных массовых частиц (1.150) только наличием множителя  $i = \sqrt{-1}$

$$\varphi = iM \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_k u^k) \right], \quad q^i = iM \frac{u^i}{c}, \quad (1.155)$$

где мы имеем  $\frac{u^2}{\left[1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)\right]^2} > c^2, d\tau \neq 0, dt \neq 0$ .

Соответственно, корпускулярная форма динамических уравнений движения мнимых массовых частиц (сверхсветовых частиц — тахионов) будет отличаться от уравнений, полученных для вещественных (досветовых) частиц (1.151) наличием коэффициента  $i$  в массовом члене  $M$ .

Х.и.-величины  $\varphi$  и  $q^i$  для волновой формы динамического вектора  $P^\alpha$  мнимых массовых частиц такие же, как и для вещественных массовых частиц (1.153). Следовательно, волновая форма динамических уравнений движения одинакова как для мнимых волн-частиц, так и для вещественных волн-частиц, и имеет вид (1.154).

### 1.7.3 Уравнения движения безмассовых частиц

Согласно (1.107), для безмассовых (светоподобных) частиц в расширенном пространстве-времени (с учётом  $v = c$ ) мы имеем

$$\frac{u^2}{\left[1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)\right]^2} = c^2, \quad d\tau \neq 0, \quad dt \neq 0. \quad (1.156)$$

Подставив эту формулу в  $\varphi$  и вычисляя  $q^i$  для вещественных массовых частиц, рассматриваемых как частицы (корпускулы), т.е. в формулу (1.150), мы в итоге получаем

$$\varphi = M \frac{u}{c}, \quad q^i = M \frac{u^i}{c}. \quad (1.157)$$

Соответственно корпускулярная форма динамических уравнений движения безмассовых частиц имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt}(Mu) - \frac{Mu}{c^2} F_i u^i + \frac{M}{c} D_{ik} u^i u^k &= 0 \\ \frac{d}{dt}(Mu^i) + 2M \frac{u}{c} (D_n^i + A_n^i) u^n - \\ - M \frac{u}{c} F^i + M \Delta_{nk}^i u^n u^k &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.158)$$

Х.и.-величины  $\varphi$  и  $q^i$  для волновой формы безмассовых частиц такие же, как и для массовых частиц (1.153). Поэтому динамические уравнения распространения волн, которые соответствуют безмассовым частицам в рамках корпускулярно-волнового дуализма, такие же, как и полученные для массовых частиц-волн (1.154).

#### 1.7.4 Уравнения движения нуль-частиц

В вырожденном пространстве-времени, т.е. в условиях вырождения, х.и.-проекции вектора  $P^\alpha$  в корпускулярной форме равны

$$\varphi = 0, \quad q^i = M \frac{u^i}{c}, \quad (1.159)$$

где  $w + v_k u^k = c^2$ ,  $d\tau = 0$ ,  $dt \neq 0$ . Подставляя их в х.и.-уравнения параллельного переноса (1.149), мы получаем корпускулярную форму динамических уравнений движения нуль-частиц

$$\left. \begin{aligned} \frac{M}{c^2} D_{ik} u^i u^k &= 0 \\ \frac{d}{dt}(Mu^i) + M \Delta_{nk}^i u^n u^k &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.160)$$

Х.и.-проекции  $\varphi$  и  $q^i$  для волновой формы обобщённого динамического вектора  $P^\alpha$  в условиях вырождения равны

$$\varphi = 0, \quad q^i = -\frac{\hbar}{c} h^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^k}, \quad (1.161)$$

что даёт

$$\left. \begin{aligned} D_k^m u^k \frac{\partial \psi}{\partial x^m} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left( h^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} \right) + h^{mn} \Delta_{mk}^i u^k \frac{\partial \psi}{\partial x^n} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.162)$$

т.е. динамические уравнения распространения волн, соответствующих нуль-частицам в рамках корпускулярно-волнового дуализма.

## 1.8 Уравнения движения в обычном пространстве

В этом случае корпускулярная и волновая формы универсального динамического вектора  $P^\alpha$  были получены ранее в §1.3.

### 1.8.1 Уравнения движения вещественных массовых частиц

Для корпускулярной формы вектора  $P^\alpha$ , характеризующего вещественные массовые частицы, согласно (1.86) и (1.75) мы имеем х.и.-проекции

$$\varphi = \pm m, \quad q^i = \frac{1}{c} m v^i, \quad (1.163)$$

где  $v^2 < c^2$ ,  $d\tau \neq 0$ ,  $dt \neq 0$ . Подставляя эти х.и.-проекции в х.и.-уравнения параллельного переноса (1.149), мы получаем динамические уравнения движения частиц с положительной релятивистской массой  $m > 0$  (они движутся из прошлого в будущее)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dm}{d\tau} - \frac{m}{c^2} F_i v^i + \frac{m}{c^2} D_{ik} v^i v^k &= 0 \\ \frac{d(mv^i)}{d\tau} + 2m(D_k^i + A_k^i) v^k - mF^i + m\Delta_{nk}^i v^n v^k &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.164)$$

а также уравнения движения частиц с отрицательной релятивистской массой  $m < 0$  (они движутся из будущего в прошлое)

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dm}{d\tau} - \frac{m}{c^2} F_i v^i + \frac{m}{c^2} D_{ik} v^i v^k &= 0 \\ \frac{d(mv^i)}{d\tau} + mF^i + m\Delta_{nk}^i v^n v^k &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.165)$$

Для волновой формы  $P^\alpha$  из (1.91) и (1.94) мы получаем формулы

$$\varphi = \frac{\hbar}{c^2} \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad q^i = -\frac{\hbar}{c} h^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^k}, \quad (1.166)$$

аналогичные полученным нами ранее для волновой формы  $P^\alpha$  в расширенном пространстве-времени (1.153). Мы видим, что функция  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ , т.е. изменение физически наблюдаемой фазы волны со

временем, положительна для движения из прошлого в будущее и отрицательна для движения из будущего в прошлое.

С учётом того, что х.и.-уравнения параллельного переноса вектора  $P^\alpha$  (1.149) в строго невырожденном пространстве-времени должны быть поделены на интервал физически наблюдаемого времени  $d\tau$ , мы получаем волновую форму динамических уравнений движения вещественных массовых частиц

$$\left. \begin{aligned} \pm \frac{d}{d\tau} \left( \frac{*\partial\psi}{\partial t} \right) + F^i \frac{*\partial\psi}{\partial x^i} - D_k^i v^k \frac{*\partial\psi}{\partial x^i} = 0 \\ \frac{d}{d\tau} \left( h^{ik} \frac{*\partial\psi}{\partial x^k} \right) - (D_k^i + A_{k\cdot}^i) \left( \pm \frac{1}{c^2} \frac{*\partial\psi}{\partial t} v^k - h^{km} \frac{*\partial\psi}{\partial x^m} \right) \pm \\ \pm \frac{1}{c^2} \frac{*\partial\psi}{\partial t} F^i + h^{mn} \Delta_{mk}^i v^k \frac{*\partial\psi}{\partial x^n} = 0 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (1.167)$$

В этих х.и.-уравнениях (1.167), первый член временного уравнения и два члена пространственных уравнений положительны для движения из прошлого в будущее и отрицательны для движения из будущего в прошлое.

### 1.8.2 Уравнения движения мнимых массовых частиц

В этом случае корпускулярная форма величин  $\varphi$  и  $q^i$  отличается от полученной для вещественных массовых частиц (1.163) только наличием множителя  $i = \sqrt{-1}$

$$\varphi = \pm im, \quad q^i = \frac{1}{c} imv^i, \quad (1.168)$$

где  $v^2 > c^2$ ,  $d\tau \neq 0$ ,  $dt \neq 0$ . Соответственно, корпускулярная форма динамических уравнений движения мнимых (сверхсветовых) частиц отличается от полученных нами уравнений для вещественных (досветовых) частиц только наличием коэффициента  $i$  в массовом члене  $m$ .

Волновая форма величин  $\varphi$  и  $q^i$  для мнимых массовых частиц аналогична волновой форме вещественных массовых частиц (1.166). Соответственно, динамические уравнения распространения волн, соответствующих мнимым массовым частицам, аналогичны динамическим уравнениям распространения волн, соответствующим вещественным массовым частицам (1.167).

Теперь мы видим, что в рамках волновой концепции нет разницы, с какой скоростью движется массовая частица (распространяется волна) — медленнее скорости света или быстрее. Наоборот, в рамках корпускулярной концепции уравнения движения сверхсветовых (мнимых) частиц отличаются от уравнений движения досветовых наличием коэффициента  $i$  при массовом члене  $m$ .

### 1.8.3 Уравнения движения безмассовых частиц

В этом случае корпускулярная форма величин  $\varphi$  и  $q^i$  равна

$$\varphi = \pm \frac{\omega}{c} = \pm k, \quad q^i = \frac{1}{c} k v^i = \frac{1}{c} k c^i, \quad (1.169)$$

где  $v^2 = c^2$ ,  $d\tau \neq 0$ ,  $dt \neq 0$ , тогда как физически наблюдаемая х.и.-скорость света  $c^i$  (1.24) любой безмассовой частицы

$$v^i = \frac{dx^i}{d\tau} = c^i, \quad c_i c^i = h_{ik} c^i c^k = c^2. \quad (1.170)$$

Используя вышеприведённые параметры в уравнениях параллельного переноса, мы получаем корпускулярную форму динамических уравнений движения

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega}{d\tau} - \frac{\omega}{c^2} F_i c^i + \frac{\omega}{c^2} D_{ik} c^i c^k &= 0 \\ \frac{d(\omega c^i)}{d\tau} + 2\omega (D_k^i + A_k^i) c^k - \omega F^i + \omega \Delta_{nk}^i c^n c^k &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.171)$$

для безмассовых частиц, имеющих положительную релятивистскую частоту  $\omega > 0$  (они движутся из прошлого в будущее), и

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\omega}{d\tau} - \frac{\omega}{c^2} F_i c^i + \frac{\omega}{c^2} D_{ik} c^i c^k &= 0 \\ \frac{d(\omega c^i)}{d\tau} + \omega F^i + \omega \Delta_{nk}^i c^n c^k &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.172)$$

для безмассовых частиц, имеющих положительную релятивистскую частоту  $\omega > 0$  (они движутся из прошлого в будущее).

Волновая форма величин  $\varphi$  и  $q^i$  для безмассовых частиц является такой же, как и для массовых частиц (1.166). Поэтому динамические уравнения движения распространяющихся волн, соответствующих безмассовым (светоподобным) частицам в рамках

корпускулярно-волнового дуализма, идентичны уравнениям для массовых частиц (1.167). Отличием является только то, что наблюдаемая скорость частиц  $v^i$  заменена на х.и.-вектор физически наблюдаемой скорости света  $c^i$ .

### 1.9 Частный случай: уравнения геодезических линий

Что такое уравнения геодезических? Как мы упоминали в §1.1, это — кинематические уравнения движения частиц по кратчайшим (геодезическим) траекториям. С геометрической точки зрения уравнения геодезических представляют собой уравнения параллельного переноса в смысле Леви-Чивиты

$$\frac{DQ^\alpha}{d\rho} = \frac{dQ^\alpha}{d\rho} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha Q^\mu \frac{dx^\nu}{d\rho} = \frac{d^2x^\alpha}{d\rho^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\rho} \frac{dx^\nu}{d\rho} = 0 \quad (1.173)$$

четырёхмерного кинематического вектора частицы  $Q^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\rho}$ , касательного к траектории переноса в каждой её точке. Соответственно, неизотропные уравнения геодезических (они задают траектории свободных массовых частиц) имеют вид

$$\frac{DQ^\alpha}{ds} = \frac{d^2x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0, \quad Q^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}, \quad (1.174)$$

а изотропные уравнения геодезических (они определяют траектории свободных безмассовых частиц) имеют вид

$$\frac{DQ^\alpha}{d\sigma} = \frac{d^2x^\alpha}{d\sigma^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\sigma} \frac{dx^\nu}{d\sigma} = 0, \quad Q^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\sigma}. \quad (1.175)$$

С другой стороны, любой кинематический вектор, подобно как динамическому вектору  $P^\alpha$  массовой частицы, так и волновому вектору  $K^\alpha$  безмассовой частицы, является частным случаем произвольного вектора  $Q^\alpha$ , для которого мы получили универсальные х.и.-уравнения параллельного переноса. Поэтому, подставляя х.и.-проекции  $\varphi$  и  $q^i$  кинематического вектора массовой частицы в универсальные х.и.-уравнения параллельного переноса (1.149), мы сразу должны прийти к х.и.-уравнениям неизотропных геодезических. Аналогично, подставив  $\varphi$  и  $q^i$  кинематического вектора безмассовой частицы, мы должны прийти к х.и.-уравнениям изотропных геодезических. Это то, что мы собираемся сейчас сделать.



Для кинематического вектора массовых частиц мы имеем

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{Q_0}{\sqrt{g_{00}}} = \frac{g_{0\alpha} Q^\alpha}{\sqrt{g_{00}}} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ q^i &= Q^i = \frac{dx^i}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{dx^i}{c d\tau} = \frac{1}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v^i \end{aligned} \right\}. \quad (1.176)$$

Для безмассовых частиц, учитывая тот факт, что  $d\sigma = c d\tau$  на изотропных траекториях, имеем

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \sqrt{g_{00}} \frac{dx^0}{d\sigma} + \frac{1}{c \sqrt{g_{00}}} g_{0k} c^k = \pm 1 \\ q^i &= \frac{dx^i}{d\sigma} = \frac{dx^i}{c d\tau} = \frac{1}{c} c^i \end{aligned} \right\}. \quad (1.177)$$

Так, далее, подставив вышеупомянутые значения величин  $\varphi$  и  $q^i$  в универсальные х.и.-уравнения параллельного переноса (1.149), мы получаем х.и.-уравнения неизотропных геодезических (свободных массовых частиц)

$$\left. \begin{aligned} \pm \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) - \frac{F_i v^i}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{D_{ik} v^i v^k}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} &= 0 \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{v^i}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \mp \frac{F^i}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{\Delta_{nk}^i v^n v^k}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \\ &+ \frac{(1 \pm 1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (D_k^i + A_k^i) v^k = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.178)$$

а также х.и.-уравнения изотропных геодезических (свободных безмассовых частиц)

$$\left. \begin{aligned} D_{ik} c^i c^k - F_i c^i &= 0 \\ \frac{dc^i}{d\tau} \mp F^i + \Delta_{nk}^i c^n c^k + (1 \pm 1) (D_k^i + A_k^i) c^k &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1.179)$$

Верхний знак знакопеременных членов в этих уравнениях означает движение частиц из прошлого в будущее (прямой ход времени), а нижний — движение из будущего в прошлое (обратный ход времени). Как видно, мы снова имеем асимметрию движения по оси времени. Такая же асимметрия была обнаружена в динамических уравнениях движения. Мы видим, что такая асимметрия зависит не от физических свойств движущихся частиц, а от свойств пространства отсчёта наблюдателя (фактически от свойств его тела отсчёта), таких как  $F^i$ ,  $A_{ik}$ ,  $D_{ik}$ . При отсутствии гравитационно-инерциальной силы, вращения и деформации пространства отсчёта эта асимметрия исчезает.

### 1.10 Частный случай: законы Ньютона

В этом параграфе мы докажем, что динамические х.и.-уравнения движения массовых частиц являются четырёхмерным обобщением 1-го и 2-го законов Ньютона в четырёхмерном пространстве (пространстве-времени), которое является неголономным (т.е. вращается,  $A_{ik} \neq 0$ ) и деформируется ( $D_{ik} \neq 0$ ), а также заполнено гравитационным полем ( $F^i \neq 0$ ).

При малых скоростях имеем  $m = m_0$ , поэтому общековариантные динамические уравнения движения принимают вид

$$\frac{DP^\alpha}{ds} = m_0 \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + m_0 \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0, \quad (1.180)$$

где при делении этих уравнений на  $m_0$  динамические уравнения сразу превращаются в кинематические, т.е. в обычные уравнения неизотропных геодезических.

Это — динамические уравнения движения “свободных частиц”, т.е. частиц, свободно падающих под действием только гравитационного поля.

Если частицы движутся под действием как гравитационного поля, так и дополнительной силы  $R^\alpha$  негравитационной природы, то их движение не является геодезическим

$$m_0 \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + m_0 \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = R^\alpha. \quad (1.181)$$

Всё это — динамические уравнения движения частиц в *четырёхмерном пространстве-времени*, а законы Ньютона были сфор-

мулированы для *трёхмерного пространства*. В частности, параметром дифференцирования, который мы используем в этих уравнениях, является пространственно-временной интервал, не применимый к трёхмерному пространству.

При малых скоростях динамические х.и.-уравнения движения массовых частиц принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{m_0}{c^2} (D_{ik} v^i v^k - F_i v^i) &= 0 \\ m_0 \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} - m_0 F^i + m_0 \Delta_{nk}^i v^n v^k + 2m_0 (D_k^i + A_k^i) v^k &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.182)$$

где пространственные х.и.-проекции фактически представляют собой динамические уравнения движения по пространственному сечению (трёхмерному пространству).

В четырёхмерном пространстве-времени, где пространственные сечения имеют евклидову метрику, все величины  $h_i^k = \delta_i^k$  и тензор деформации пространства равен нулю  $D_{ik} = \frac{1}{2} \frac{\partial h_{ik}}{\partial t} = 0$ . В таком случае  $\Delta_{kn}^i = 0$  и  $m_0 \Delta_{nk}^i v^n v^k = 0$ . Если при этом  $F^i = 0$  и  $A_{ik} = 0$ , то пространственные х.и.-проекции уравнений движения имеют вид

$$m_0 \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} = 0, \quad (1.183)$$

или, в другом виде,

$$v^i = \frac{dx^i}{d\tau} = const. \quad (1.184)$$

В результате вышесказанного, четырёхмерное обобщение 1-го закона Ньютона для массовых частиц можно сформулировать следующим образом:

### 1-й закон Ньютона

Если частица вне действия гравитационно-инерциальных сил (или такие силы уравновешены) и при этом пространство не вращается и не деформируется, то эта частица пребывает в состоянии прямолинейного и равномерного движения.

Такое условие, как видно из формул для символов Кристоффеля (1.140–1.145), возможно только в том случае, когда все  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = 0$ , так как любая компонента символов Кристоффеля является функцией как минимум одной из величин  $F^i, A_{ik}, D_{ik}$ .

Теперь пусть  $F^i \neq 0$ , но  $A_{ik} = 0$  и  $D_{ik} = 0$ . В таком случае пространственные х.и.-уравнения движения принимают вид

$$\frac{d^2 x^i}{d\tau^2} = F^i. \quad (1.185)$$

С другой стороны, гравитационный потенциал и сила  $F^i$ , а также величины  $A_{ik}$  и  $D_{ik}$  по их определениям описывают тело отсчёта и связанное с ним локальное пространство. Величина  $F^i$  задаёт гравитационно-инерциальную силу, действующую на частицу единичной массы. Сила, действующая на частицу массой  $m_0$  равна

$$\Phi^i = m_0 F^i, \quad (1.186)$$

поэтому пространственные х.и.-уравнения движения имеют вид

$$m_0 \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} = \Phi^i. \quad (1.187)$$

Соответственно, четырёхмерное обобщение 2-го закона Ньютона для массовых частиц можно сформулировать следующим образом:

### 2-й закон Ньютона

В невращающемся и недеформирующемся пространстве, ускорение, приобретаемое частицей под действием гравитационного поля, пропорционально гравитационно-инерциальной силе, действующей на частицу со стороны этого гравитационного поля, и обратно пропорциональна массе частицы.

Подставив любое конкретное значение гравитационной силы инерции  $\Phi^i$  в пространственные х.и.-уравнения движения, которые представляют собой второе уравнение (1.182),

$$m_0 \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} + m_0 \Delta_{nk}^i v^n v^k + 2m_0 (D_k^i + A_k^i) v^k = \Phi^i, \quad (1.188)$$

мы можем решить эти уравнения, чтобы получить трёхмерные наблюдаемые координаты массовой частицы в трёхмерном пространстве в любой момент времени (траекторию этой частицы).

Как видно из х.и.-уравнений движения, наличие гравитационно-инерциальной силы не обязательно для того, чтобы сделать движение криволинейным и неравномерным. Это происходит, если хотя

бы одна из величин  $F^i$ ,  $A_{ik}$ ,  $D_{ik}$  отлична от нуля. Следовательно, теоретически частица может находиться в состоянии неравномерного и криволинейного движения даже при отсутствии гравитационно-инерциальных сил, но в том случае, когда пространство вращается или деформируется, или и то, и другое.

Если частица движима гравитационно-инерциальной силой  $\Phi^i$  и другой силой  $R^i$  негравитационной природы, то пространственные х.и.-уравнения движения частицы имеют вид

$$m_0 \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} + m_0 \Delta_{nk}^i v^n v^k + 2m_0 (D_k^i + A_k^i) v^k = \Phi^i + R^i. \quad (1.189)$$

В плоском трёхмерном пространстве  $\Delta_{kn}^i = 0$  и, следовательно, второй член в уравнениях равен нулю. Благодаря тому, что такое пространство не вращается и не деформируется, пространственные х.и.-уравнения движения частицы принимают вид

$$m_0 \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} = \Phi^i, \quad m_0 \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} = \Phi^i + R^i, \quad (1.190)$$

соответственно, при действии только гравитационно-инерциальной силы  $\Phi^i$ , и в случае с дополнительной силой  $R^i$  негравитационной природы, отклоняющей частицы от геодезических линий.

Таким образом, мы получили, что движение под действием гравитационно-инерциальной силы возможно как в искривлённом, так и в плоском пространстве. Почему?

Как известно, кривизна риманова пространства характеризуется тензором кривизны Римана-Кристоффеля  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , состоящим из вторых производных фундаментального метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$  и первых производных от него. Необходимое и достаточное условие кривизны риманова пространства:  $R_{\alpha\beta\gamma\delta} \neq 0$ . Чтобы иметь ненулевую кривизну, необходимо и достаточно, чтобы вторые производные от  $g_{\alpha\beta}$  были отличны от нуля.

С другой стороны, первые производные фундаментального метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$  в плоском пространстве могут быть не равны нулю. А именно, х.и.-уравнения движения содержат величины  $\Delta_{kn}^i$ ,  $F^i$ ,  $A_{ik}$ ,  $D_{ik}$ , зависящие от первых производных от  $g_{\alpha\beta}$ . Поэтому даже при  $R_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0$  (плоское пространство) символы Кристоффеля  $\Delta_{kn}^i$ , гравитационно-инерциальная сила  $F^i$ , вращение пространства  $A_{ik}$  и деформация пространства  $D_{ik}$  могут быть не равны нулю.

### 1.11 Анализ уравнений: предельные переходы между обычным пространством и нуль-пространством

При  $w = -v_i u^i$  величины в наших формулах для расширенного пространства-времени ( $g \leq 0$ ) заменяются на соответствующие величины в невырожденном пространстве-времени ( $g < 0$ )

$$d\tau = \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i) \right] dt = dt, \quad (1.191)$$

$$u^i = \frac{dx^i}{dt} = \frac{dx^i}{d\tau} = v^i, \quad (1.192)$$

$$M = \frac{m}{1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)} = m, \quad (1.193)$$

$$P^0 = M = m, \quad P^i = \frac{1}{c} M u^i = \frac{1}{c} m v^i, \quad (1.194)$$

а координатное время  $t$  совпадает с физически наблюдаемым временем  $\tau$  при этом переходе.

Если одновременно  $w \rightarrow 0$  (слабое гравитационное поле) и  $v_i = 0$  (пространство не вращается), этот переход происходит при более частном условии  $w = -v_i u^i = 0$ . Однако вряд ли найдётся такая область Вселенной, где нет гравитационного поля и пространство не вращается. Таким образом, переход к обычному невырожденному пространству-времени всегда происходит при

$$w = -v_i u^i = -v_i v^i. \quad (1.195)$$

Подставляя это условие в уравнения движения, полученные нами в §1.7 и §1.8, мы приходим к следующим выводам о геометрической структуре расширенного пространства-времени.

Корпускулярные уравнения движения (*частицы-шарики*) в расширенном пространстве-времени преобразуются в уравнения в обычном (строго невырожденном) пространстве-времени *полностью*, т.е. не происходит вымывания имеющихся членов уравнений или добавления новых членов, только в случае движения из прошлого в будущее ( $m > 0$ ,  $im > 0$ ,  $\omega > 0$ ). Для частиц-шариков, которые движутся из будущего в прошлое ( $m < 0$ ,  $im < 0$ ,  $\omega < 0$ ), такой переход происходит *не полностью*.

Напротив, волновые уравнения движения (*частицы-волны*) в расширенном пространстве-времени преобразуются в уравнения в обычном пространстве-времени *полностью* как для частиц с  $m > 0$ ,  $im > 0$ ,  $\omega > 0$  (движение из прошлого в будущее), так и для частиц с  $m < 0$ ,  $im < 0$ ,  $\omega < 0$  (движение из будущего в прошлое).

В следующем §1.12 мы узнаем, почему это происходит.

В обычном пространстве-времени ( $g < 0$ ), формула для компоненты  $P^0$  имеет вид (1.75), которая после подстановки  $\frac{dt}{d\tau}$  (1.81) и условия перехода  $w = -v_i u^i = -v_i v^i$  преобразуется в знакопеременную релятивистскую массу

$$P^0 = m \frac{dt}{d\tau} = \frac{m}{1 - \frac{w}{c^2}} \left( \frac{1}{c^2} v_i v^i \pm 1 \right) = \pm m. \quad (1.196)$$

В расширенном пространстве-времени ( $g \leq 0$ ) мы уже получили  $P^0 = M$ , но другим способом (1.112), без использования функции времени  $\frac{dt}{d\tau}$ , источника знакопеременности в формуле (1.196).

Следовательно, компонента  $P^0 = \pm m$ , полученная в обычном пространстве-времени (1.196), принимающая два численных значения, не может быть частным случаем единственного значения  $P^0 = M$ , полученного в расширенном пространстве-времени.

Чтобы понять причину, вернёмся от знакопеременной формулы  $P^0 = \pm m$ , специфичной для обычного пространства-времени, к формуле  $P^0 = M$  специфичной для расширенного пространства-времени. Это легко сделать, подставив уже известное соотношение между физически наблюдаемой скоростью  $v^i$  и координатной скоростью  $u^i$  (1.107) в знакопеременную формулу  $P^0 = \pm m$  (1.196).

В результате мы получаем развёрнутое соотношение для компоненты  $P^0$  в расширенном пространстве-времени

$$P^0 = \frac{m}{1 - \frac{w}{c^2}} \left[ \frac{1}{c^2} \frac{v_i u^i}{1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)} \pm 1 \right], \quad (1.197)$$

которое имеет переменный знак.

Для частиц, движущихся в расширенном пространстве-времени из прошлого в будущее,  $P^0$  принимает вид

$$P^0 = \frac{m}{1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i)} = +M, \quad (1.198)$$

аналогичный (1.112). Для частиц, которые движутся в расширенном пространстве-времени из будущего в прошлое,

$$P^0 = \frac{m \left[ \frac{1}{c^2} (2v_i u^i + w) - 1 \right]}{\left( 1 - \frac{w}{c^2} \right) \left[ 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i) \right]} = -M. \quad (1.199)$$

В обычном пространстве-времени  $P^0 = +M$  (1.198) трансформируется в  $P^0 = +m$ , тогда как  $P^0 = -M$  (1.199) трансформируется в  $P^0 = -m$ .

Следует отметить, что замечания по поводу знакопеременности формул для  $P^0$ , не затрагивают всех полученных нами динамических уравнений движения в расширенном пространстве-времени. Это связано с тем, что полученные уравнения движения включают гравитационно-вращательную массу в общем виде  $M$  безотносительно к её конкретной формуле. Подставляя два знакопеременных значения  $M$  в уравнения движения, мы приходим просто к уравнениям двух видов: к уравнениям движения из прошлого в будущее и к уравнениям движения из будущего в прошлое.

Вернёмся теперь к физическому условию  $w = -v_i u^i$  (1.195), характеризующему переход от динамических уравнений движения в расширенном пространстве-времени к уравнениям движения в обычном пространстве-времени. Мы также нашли, что при этом  $d\tau = dt$  (1.191). С другой стороны, мы знаем, что равенство  $d\tau = dt$  не является императивным в обычном пространстве-времени. Наоборот, в нашей наблюдаемой Вселенной интервал физически наблюдаемого времени  $d\tau$  почти всегда немного отличается от интервала координатного времени  $dt$ . Поэтому предельный переход от расширенного пространства-времени к обычному пространству-времени, происходящий при условии  $w = -v_i u^i$ , не является результатом каких-либо обычных условий, реализующихся в обычном пространстве-времени.

Является ли это каким-то противоречием между уравнениями движения в обычном пространстве-времени и в расширенном пространстве-времени?

Нет, не является. Все законы, применимые к обычному пространству-времени ( $g < 0$ ), верны и в невырожденной области ( $g < 0$ ) расширенного пространства-времени ( $g \leq 0$ ). В то же время эти две невырожденные области *не совпадают*. Образно говоря, вырожден-



денное пространство-время, сложенное с обычным пространством-временем, даёт два абсолютно разных многообразия. Расширенное пространство-время — это другое многообразие, которое абсолютно независимо как от строго невырожденного, так и от вырожденного пространства-времени. Поэтому нет ничего удивительного в обнаруженном факте, что предельный переход от одного к другому происходит при очень ограниченных частных условиях.

Вопрос лишь в том, какая конфигурация этих многообразий существует в наблюдаемой Вселенной. Возможны два варианта:

- а) Невырожденное пространство-время ( $g < 0$ ) и вырожденное пространство-время ( $g = 0$ ) существуют как *два отдельных многообразия* — обычное пространство-время общей теории относительности с небольшой “добавкой” нуль-пространства;
- б) Невырожденное пространство-время и нуль-пространство существуют как *две внутренние области одного и того же многообразия* — расширенного пространства-времени ( $g \leq 0$ ), которое мы рассмотрели ранее.

В любом случае предельный переход от невырожденного пространства-времени к вырожденному пространству-времени происходит при физических условиях вырождения (1.106). Будущие эксперименты и астрономические наблюдения покажут, какой из этих двух вариантов существует на самом деле.

### 1.12 Анализ уравнений: асимметрия нашего мира и зеркальной вселенной

Теперь сравним корпускулярные уравнения движения частиц с  $m > 0$  (1.164) и  $\omega > 0$  (1.171) с таковыми для частиц с  $m < 0$  (1.165) и  $\omega < 0$  (1.172).

Уже на первый взгляд очевиден тот факт, что корпускулярные уравнения движения из прошлого в будущее отличаются от уравнений движения из будущего в прошлое. Такая же асимметрия существует и для волновой формы уравнений. Почему?

С геометрической точки зрения асимметрия уравнений движения в будущее и в прошлое проявляется следующим образом:

В четырёхмерном, искривлённом, неоднородном псевдоримановом пространстве (пространстве-времени) существует *изначальная асимметрия* направлений в будущее и в прошлое.

Чтобы понять происхождение такой изначальной асимметрии, рассмотрим следующий пример.

Предположим, что в четырёхмерном пространстве-времени существует *зеркало*, совпадающее с пространственным сечением и, следовательно, отделяющее прошлое от будущего. Предположим также, что это зеркало отражает все частицы и волны, приходящие на него из прошлого и из будущего. В таком случае частицы и волны, движущиеся из прошлого в будущее ( $m > 0$ ,  $im > 0$ ,  $\omega > 0$ ), попадая на это зеркало, затем отскакивают обратно в прошлое, так что их свойства меняют знак ( $m < 0$ ,  $im < 0$ ,  $\omega < 0$ ). В то же время, частицы и волны, движущиеся из будущего в прошлое ( $m < 0$ ,  $im < 0$ ,  $\omega < 0$ ), при попадании на это зеркало тоже меняют знак своих свойств ( $m > 0$ ,  $im > 0$ ,  $\omega > 0$ ), и отскакивают по направлению в будущее.

С вышеупомянутой *концепцией зеркала* всё становится легко понятным. Посмотрите на волновую форму уравнений движения (1.167). После отражения от зеркала величина  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  меняет знак. Отсюда уравнения распространения волн в будущее (“плюс” в уравнениях) становятся уравнениями распространения той же волны в прошлое (“минус” в уравнениях). И, наоборот, уравнения распространения волн в прошлое (“минус”) после отражения становятся таковыми для той же волны, распространяющейся в будущее (“плюс”).

Заметим, что уравнения распространения волн в будущее и в прошлое переходят друг в друга *полностью*, т.е. ни один член уравнений не исчезает и не добавляются новые. Следовательно, волновая форма материи *полностью отражается* от этого зеркала.

Это не относится к корпускулярным уравнениям движения. После отражения от зеркала величина  $\varphi = \pm t$  для массовых частиц, а также  $\varphi = \pm k = \pm \frac{\omega}{c}$  для безмассовых частиц меняют знак. Однако корпускулярные уравнения движения в будущее переходят в уравнения движения в прошлое *не полностью*. В пространственных х.и.-уравнениях движения в будущее присутствует дополнительный член. Этот член не встречается в пространственных х.и.-уравнениях движения в прошлое. Этот член для массовых и безмассовых частиц, соответственно, равен

$$2m(D_k^i + A_k^i)v^k, \quad 2k(D_k^i + A_k^i)c^k. \quad (1.200)$$

Следовательно, частица, которая движется из прошлого в будущее, ударяется о зеркало и отскакивает назад, теряя член в своём пространственном х.и.-уравнении движения. И, наоборот, частица, движущаяся из будущего в прошлое, отскакивая от зеркала, получает дополнительный член в пространственных х.и.-уравнениях движения. Итак, мы получили, что зеркало само влияет на траектории частиц!

В результате частица с отрицательной массой или частотой не является простым зеркальным отражением частицы, масса или частота которой положительны. Как в случае частиц-шариков, так и в случае частиц-волн мы имеем дело не с простым отражением или отскоком от зеркала, а с *прохождением* через зеркало в *зеркальный мир*. Там, в зеркальном мире, все частицы имеют отрицательные массы или частоты и движутся из будущего в прошлое (с точки зрения наблюдателя, местонахождением которого является наш мир).

Частицы-волны нашего мира не действуют на зеркальный мир, как и частицы-волны зеркального мира не действуют на нас. Наоборот, частицы-шарики нашего мира могут влиять на зеркальный мир, а частицы-шарики зеркального мира могут оказывать какое-то влияние на наш мир.

Полная изоляция нашего мира от зеркального мира, т.е. отсутствие взаимовлияния между частицами обоих миров, имеет место при условии

$$D_k^i v^k = -A_k^i v^k, \quad (1.201)$$

когда асимметричный член (1.200) в корпускулярных уравнениях движения равен нулю. Это происходит, если  $A_k^i = 0$  и  $D_k^i = 0$ , т.е. в области пространства, которая не вращается и не деформируется.

Примечательно, что если бы частицы положительной массы (частоты) сосуществовали в нашем мире с частицами отрицательной массы (частоты), то они неизбежно сталкивались бы, уничтожая друг друга так, что в нашем мире не осталось бы частиц. Однако, ничего подобного мы не наблюдаем.

Поэтому во второй части нашего анализа полученных уравнений движения мы приходим к следующим выводам:

- 1) Изначальная фундаментальная асимметрия пространственно-временных направлений в будущее и в прошлое обусловлена

неким пространственно-временным зеркалом, геометрически совпадающим с пространственным сечением наблюдателя и отражающим все частицы и волны, которые падают на него со стороны прошлого и будущего. В то же время существование этого пространственно-временного зеркала поддерживается такими физическими условиями, которые сильно отличаются от условий в обычном пространстве-времени, и соответствуют специфическим физическим условиям в полностью вырожденной области пространства-времени (нуль-пространстве), где физически наблюдаемое время останавливается. Таким образом, мы приходим к очевидному выводу, что роль такого пространственно-временного зеркала играет либо всё нуль-пространство, либо какая-то отдельная область в нем;

- 2) Весь объём пространства-времени разделён на наш мир и зеркальный мир. В нашем мире (положительные релятивистские массы и частоты) все частицы и волны движутся из прошлого в будущее. В зеркальном мире (отрицательные релятивистские массы и частоты) все частицы и волны движутся из будущего в прошлое;
- 3) Если вы входите в зеркальный мир через это зеркало, то частицы и волны нашего мира становятся как бы имеющими отрицательные массы и частотами, и движущимися из будущего в прошлое;
- 4) Мы не наблюдаем ни частиц с отрицательными массами или частотами, ни волн с отрицательными фазами, потому что они существуют в зеркальном мире, т.е. за вышеупомянутым зеркалом. Частицы и волны, которые мы можем наблюдать, или принадлежат нашему миру, или находятся на выходе из зеркала (при отскоке от зеркала, как нам кажется), если они пришли из зеркального мира. Поэтому все частицы и волны, которые мы можем наблюдать, движутся из прошлого в будущее.

### 1.13 Условия прямого и обратного хода времени

В этом параграфе мы рассмотрим физические условия, при которых: а) время течёт из прошлого в будущее, б) время течёт в обратном направлении, т.е. из будущего в прошлое, и в) время останавливается.

В общей теории относительности время определяется как четвёртая координата  $x^0 = ct$  четырёхмерного пространства-времени, где  $c$  скорость света, а  $t$  координатное время. Согласно этой формуле,  $t$  меняется со скоростью света и не зависит от физических условий наблюдения. Поэтому координатное время  $t$  также называют *идеальным временем*. Помимо идеального времени, существует ещё и физически наблюдаемое время  $\tau$  (*реальное время*), которое сильно зависит от условий наблюдения. Теория хронометрических инвариантов определяет интервал физически наблюдаемого времени как х.и.-проекцию приращения четырёхмерных координат  $dx^\alpha$  на линию времени наблюдателя

$$d\tau = \frac{1}{c} b_\alpha dx^\alpha. \quad (1.202)$$

В системе отсчёта, сопутствующей обычному досветовому (вещественному) наблюдателю, интервал  $d\tau$  (1.22) равен

$$d\tau = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) dt - \frac{1}{c^2} v_i dx^i = dt - \frac{1}{c^2} w dt - \frac{1}{c^2} v_i dx^i. \quad (1.203)$$

Отсюда мы видим, что  $d\tau$  состоит из трёх частей: а) интервал координатного времени  $dt$ , б) интервал “гравитационного” времени  $dt_g = \frac{1}{c^2} w dt$  и в) интервал “вращательного” времени  $dt_r = \frac{1}{c^2} v_i dx^i$ . Чем сильнее поле тяготения тела отсчёта и чем быстрее вращается пространство тела отсчёта (пространство отсчёта наблюдателя), тем медленнее течёт наблюдаемое время  $d\tau$  наблюдателя. Теоретически, достаточно сильное гравитационное поле и достаточно быстрое вращение пространства могут остановить течение физически наблюдаемого времени.

Мы определяем *зеркальный мир* как пространство-время, в котором время течёт в обратном направлении по отношению к тому, что течёт в нашей собственной системе отсчёта, расположенной в нашем пространстве-времени.

Направление координатного времени  $t$ , описывающее смещение по оси временных координат  $x^0 = ct$ , отображается знаком производной  $\frac{dt}{d\tau}$ . Соответственно знак производной  $\frac{d\tau}{dt}$  отображает направление физически наблюдаемого времени  $\tau$ .

В §1.3 мы получили функцию координатного времени  $\frac{dt}{d\tau}$  (1.81), которая следует из условия сохранения четырёхмерной скорости

досветовой, светоподобной и сверхсветовой частицы вдоль её четырёхмерной траектории (1.77–1.79). С другой стороны, функцию координатного времени можно получить другим способом, представив пространственно-временной интервал  $ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2$  как

$$ds^2 = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 - 2\left(1 - \frac{w}{c^2}\right) v_i dx^i dt + g_{ik} dx^i dx^k. \quad (1.204)$$

Отсюда видно, что элементарное пространственно-временное расстояние между двумя бесконечно близкими мировыми точками состоит из трёхмерного координатного расстояния  $g_{ik} dx^i dx^k$  и двух слагаемых, зависящих от физических свойств пространства (пространства-времени).

Член  $\left(1 - \frac{w}{c^2}\right) c dt$  обусловлен четвёртым измерением (временем) и гравитационным потенциалом  $w$ , характеризующим поле тела отсчёта. В отсутствие гравитационных полей временная координата  $x^0 = ct$  изменяется равномерно со скоростью света. При  $w \neq 0$  координата  $x^0$  изменяется “медленнее” на величину  $\frac{w}{c^2}$ . Чем сильнее гравитационный потенциал  $w$ , тем медленнее течёт время. При  $w = c^2$  координатное время  $t$  полностью останавливается. Как известно, такое состояние реализуется в состоянии гравитационного коллапса.

Член  $\left(1 - \frac{w}{c^2}\right) v_i dx^i dt$  обусловлен совместным действием гравитационно-инерциальной силы и вращения пространства. Этот член не равен нулю только в том случае, когда  $w \neq c^2$  (т.е. вне состояния гравитационного коллапса), а также  $v_i \neq 0$  (в неголономном пространстве, т.е. когда трёхмерное пространство вращается).

Поделив обе части (1.204) на  $ds^2 = c^2 d\tau^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$ , мы получаем квадратное уравнение, такое же, как и (1.80), которое имеет два решения (1.81). Исходя из решений (1.81), мы видим, что координатное время увеличивается  $\frac{dt}{d\tau} > 0$ , останавливается  $\frac{dt}{d\tau} = 0$ , и уменьшается  $\frac{dt}{d\tau} < 0$  при следующих условиях, соответственно,

$$\frac{dt}{d\tau} > 0 \quad \text{если} \quad v_i v^i > \pm c^2, \quad (1.205)$$

$$\frac{dt}{d\tau} = 0 \quad \text{если} \quad v_i v^i = \pm c^2, \quad (1.206)$$

$$\frac{dt}{d\tau} < 0 \quad \text{если} \quad v_i v^i < \pm c^2. \quad (1.207)$$

Обычные (вещественные) частицы, которые мы наблюдаем, движутся медленнее света. Таким образом, физическое условие, при котором координатное время останавливается  $v_i v^i = \pm c^2$  (1.206), не может быть выполнено в мире вещества, но допускается для других состояний материи (например, для светоподобной материи).

Координатное время растёт  $\frac{dt}{d\tau} > 0$  при  $v_i v^i > \pm c^2$ . В обычной лаборатории линейная скорость вращения пространства (например, линейная скорость вращения Земли) мала по сравнению со скоростью света. Отсюда в обычной лаборатории имеем  $v_i v^i > -c^2$ , где угол  $\alpha$  между линейной скоростью вращения пространства и наблюдаемой скоростью частицы наблюдаемое находится в пределах  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Это — случай прямого хода координатного времени (частица движется из прошлого в будущее).

Координатное время уменьшается  $\frac{dt}{d\tau} < 0$ , т.е. течёт из будущего в прошлое (и так же движутся частицы) при условии  $v_i v^i < \pm c^2$ .

Теперь займёмся анализом возможных направлений хода физически наблюдаемого времени  $\tau$ , которое зависит от знака производной  $\frac{d\tau}{dt}$ . Чтобы получить формулу для этой производной, разделим полученную формулу для  $d\tau$  (1.203) на  $dt$ . Мы получаем

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - \frac{1}{c^2} (w + v_i u^i). \quad (1.208)$$

По определению, часы любого обычного наблюдателя регистрируют всегда положительные интервалы времени, независимо от того, в каком направлении вращаются стрелки часов. Поэтому в обычной лаборатории на Земле физически наблюдаемое время может увеличиваться или останавливаться, но никогда не убывает. Тем не менее убывание наблюдаемого времени  $\frac{d\tau}{dt} < 0$  возможно при определённых обстоятельствах.

Из (1.208) мы видим, что наблюдаемое времени нарастает, останавливается или убывает при следующих условиях

$$\frac{d\tau}{dt} > 0 \quad \text{если} \quad w + v_i u^i < c^2, \quad (1.209)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = 0 \quad \text{если} \quad w + v_i u^i = c^2, \quad (1.210)$$

$$\frac{d\tau}{dt} < 0 \quad \text{если} \quad w + v_i u^i > c^2. \quad (1.211)$$

Условие остановки наблюдаемого времени  $w + v_i u^i = c^2$  также является условием вырождения пространства-времени (1.106). В частном случае, когда пространство не вращается, наблюдаемое время останавливается при гравитационном коллапсе  $w = c^2$ .

Вообще говоря, состояние нуль-пространства может быть задано любым из всей шкалы физических условий, представленных в виде  $w + v_i u^i = c^2$ . Состояние гравитационного коллапса ( $w = c^2$ ) является лишь частным случаем в этой шкале условий, возникающим при отсутствии вращения пространства ( $v_i = 0$ ). Иными словами, *зеркальная мембрана* между миром с прямым ходом времени и миром с обратным ходом времени (зеркальным миром) — это некая-то конкретная область нуль-пространства, в которой имеет место гравитационный коллапс, а всё нуль-пространство в целом.

Так что же такое ход координатного времени  $t$  и что такое ход физически наблюдаемого времени  $\tau$ ?

В функции координатного времени  $\frac{dt}{d\tau}$  мы полагаем, что реальное время, измеряемое наблюдателем, т.е. величина  $\tau$ , является эталоном, по которому определяется координатное время  $t$ . В любом расчёте или наблюдении мы связаны с самим наблюдателем. Таким образом, функция координатного времени отображает движение наблюдателя вдоль оси времени  $x^0 = ct$ , регистрируемое с его собственной точки зрения.

В функции наблюдаемого времени  $\frac{d\tau}{dt}$  эталоном, с которым наблюдатель сравнивает свои измерения, является его временная координата  $t$ . То есть физически наблюдаемое время  $\tau$ , регистрируемое наблюдателем, определяется относительно движения всего пространственного сечения наблюдателя вдоль оси времени (это движение происходит равномерно со скоростью света). Поэтому функция наблюдаемого времени даёт представление о наблюдателе как бы “извне”, показывая его истинное движение относительно оси времени.

Иными словами, функция координатного времени  $\frac{dt}{d\tau}$  показывает мембрану между нашим миром и зеркальным миром с точки зрения самого наблюдателя (его логика всегда признает наблюдаемое время протекающим из прошлого в будущее).

Функция наблюдаемого времени  $\frac{d\tau}{dt}$  даёт абстрактный взгляд “извне” на мембрану. Это означает, что функция наблюдаемого времени проявляет истинную структуру пространственно-временной



мембраны между нашим миром и миром зеркальным, в котором время течёт в противоположном направлении.

### 1.14 Концепция зеркальной вселенной

Чтобы получить более детальное представление о пространственно-временных мембранах, мы будем использовать *локально геодезическую систему отсчёта*. Фундаментальный метрический тензор в бесконечно малой окрестности точки в такой системе отсчёта равен

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \tilde{g}_{\mu\nu}}{\partial \tilde{x}^\rho \partial \tilde{x}^\sigma} \right) (\tilde{x}^\rho - x^\rho) (\tilde{x}^\sigma - x^\sigma) + \dots, \quad (1.212)$$

т.е. численные значения его компонент в окрестности точки отличаются от таковых в самой этой точке только членами 2-го порядка малости или более высоких порядков малости, которыми можно пренебречь. Следовательно, в любой точке локально геодезической системы отсчёта фундаментальный метрический тензор (с точностью до опущенных членов 2-го порядка малости) является константой, а первые производные от метрического тензора, т.е. символы Кристоффеля, равны нулю [3–5].

Очевидно, что в бесконечно малой окрестности любой точки риманова пространства можно установить локально геодезическую систему отсчёта. В результате в любой точке, принадлежащей локальной геодезической системе отсчёта, можно провести плоское пространство, касательное к данному риманову пространству так, что локально геодезическая система отсчёта в данном римановом пространстве является глобально геодезической системой отсчёта в этом касательном плоском пространстве. Поскольку в плоском пространстве фундаментальный метрический тензор постоянен, в окрестности точки риманового пространства величины  $\tilde{g}_{\mu\nu}$  сходятся к величинам тензора  $g_{\mu\nu}$  касательного плоского пространства. Это означает, что в касательном плоском пространстве можно построить систему базисных векторов  $\vec{e}_{(\alpha)}$ , касательных к искривлённым координатным линиям риманова пространства. Поскольку координатные линии риманова пространства криволинейны (в общем случае), а в случае, когда пространство неголономно, даже не ортогональны друг другу, длины базисных векторов иногда существенно отличаются от единичной длины.

Рассмотрим мировой вектор  $d\vec{r}$  бесконечно малого смещения, т.е.  $d\vec{r} = \{dx^0, dx^1, dx^2, dx^3\}$ . Тогда  $d\vec{r} = \vec{e}_{(\alpha)} dx^\alpha$ , где базисные векторы  $\vec{e}_{(\alpha)}$  имеют следующие компоненты

$$\left. \begin{aligned} \vec{e}_{(0)} &= \{e_{(0)}^0, 0, 0, 0\}, & \vec{e}_{(1)} &= \{0, e_{(1)}^1, 0, 0\} \\ \vec{e}_{(2)} &= \{0, 0, e_{(2)}^2, 0\}, & \vec{e}_{(3)} &= \{0, 0, 0, e_{(3)}^3\} \end{aligned} \right\}. \quad (1.213)$$

Скалярное произведение вектора  $d\vec{r}$  на самого себя даёт квадрат четырёхмерного интервала  $d\vec{r}d\vec{r} = ds^2$ . С другой стороны, он равен  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$ . Таким образом, мы получаем формулу

$$g_{\alpha\beta} = \vec{e}_{(\alpha)} \vec{e}_{(\beta)} = e_{(\alpha)} e_{(\beta)} \cos(x^\alpha; x^\beta), \quad (1.214)$$

которая способствует лучшему пониманию геометрической структуры различных областей в римановом пространстве и даже за его пределами. Согласно (1.214), мы имеем

$$g_{00} = e_{(0)}^2, \quad (1.215)$$

в то время как, с другой стороны,  $\sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2}$ . Следовательно, длина базисного вектора времени  $\vec{e}_{(0)}$  (этот базисный вектор касателен к реальной линии времени  $x^0 = ct$ ) равна

$$e_{(0)} = \sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2}. \quad (1.216)$$

Чем меньше  $e_{(0)}$  единицы, тем сильнее гравитационный потенциал  $w$ . В случае гравитационного коллапса ( $w = c^2$ ) длина базисного вектора времени  $\vec{e}_{(0)}$  становится равной нулю.

Согласно (1.214) величина  $g_{0i}$  равна

$$g_{0i} = e_{(0)} e_{(i)} \cos(x^0; x^i), \quad (1.217)$$

с другой стороны,  $g_{0i} = -\frac{1}{c} v_i \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) = -\frac{1}{c} v_i e_{(0)}$ . Следовательно,

$$v_i = -c e_{(i)} \cos(x^0; x^i). \quad (1.218)$$

Тогда, согласно общей формуле (1.214)

$$g_{ik} = e_{(i)} e_{(k)} \cos(x^i; x^k), \quad (1.219)$$

мы получаем х.и.-метрический тензор  $h_{ik} = -g_{ik} + \frac{1}{c^2} v_i v_k$  в виде

$$h_{ik} = e_{(i)} e_{(k)} \left[ \cos(x^0; x^i) \cos(x^0; x^k) - \cos(x^i; x^k) \right]. \quad (1.220)$$

Из (1.218) мы видим, что с геометрической точки зрения  $v_i$  есть проекция (скалярное произведение) пространственного базисного вектора  $\vec{e}_{(i)}$  на базисный вектор времени  $\vec{e}_{(0)}$ , умноженный на скорость света. Если пространственные сечения всюду ортогональны линиям времени (голономное пространство), тогда  $\cos(x^0; x^i) = 0$  и  $v_i = 0$ . В неголономном пространстве пространственные сечения неортогональны линиям времени, поэтому  $\cos(x^0; x^i) \neq 0$ . Вообще  $|\cos(x^0; x^i)| \leq 1$ , поэтому линейная скорость вращения пространства  $v_i$  (1.218) не может превышать скорость света.

При  $\cos(x^0; x^i) = \pm 1$  скорость вращения пространства равна

$$v_i = \mp c e_{(i)}, \quad (1.221)$$

а базисный вектор времени  $\vec{e}_{(0)}$  совпадает с пространственными базисными векторами  $\vec{e}_{(i)}$  (ось времени “падает” в трёхмерное пространство). При  $\cos(x^0; x^i) = +1$  базисный вектор времени сонаправлен с пространственными  $\vec{e}_{(0)} \uparrow \vec{e}_{(i)}$ . В случае  $\cos(x^0; x^i) = -1$  базисные векторы времени и пространства направлены в противоположные стороны  $\vec{e}_{(0)} \uparrow \downarrow \vec{e}_{(i)}$ .

Рассмотрим подробнее условие  $\cos(x^0; x^i) = \pm 1$ . Если какой-либо пространственный базисный вектор сонаправлен (или противоположно направлен) относительно базисного вектора времени, пространство является вырожденным. Максимальное вырождение происходит, когда все три вектора  $\vec{e}_{(i)}$  совпадают друг с другом и с базисным вектором времени  $\vec{e}_{(0)}$ .

Предельное условие координатного времени  $v_i v^i = \pm c^2$ , представленное через базисные векторы, имеет вид

$$e_{(i)} v^i \cos(x^0; x^i) = \mp c, \quad (1.222)$$

что выполняется при  $\cos(x^0; x^i) = \pm 1$ : как только линейная скорость вращения пространства достигает скорости света, угол между линией времени и линиями пространства становится либо нулевым, либо  $\pi$  в зависимости от направления вращения пространства.

Проиллюстрируем это несколькими примерами.

### Пространство не вращается, т.е. голономно

В этом случае  $v_i = 0$ , поэтому пространственные сечения всюду ортогональны линиям времени и, таким образом, угол между ними равен  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . Следовательно, в отсутствие вращения пространства базисный вектор времени  $\vec{e}_{(0)}$  ортогонален всем пространственным базисным векторам  $\vec{e}_{(i)}$ .

Это означает, что все часы могут быть синхронизированы и будут показывать одинаковое время (синхронизация часов в разных точках пространства не зависит от пути синхронизации). Линейная скорость вращения пространства равна  $v_i = -c e_{(i)} \cos \alpha = 0$ . При  $v_i = 0$  мы имеем

$$d\tau = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) c dt, \quad h_{ik} = -g_{ik}, \quad (1.223)$$

и метрика пространства-времени  $ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2$  равна

$$ds^2 = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 + g_{ik} dx^i dx^k, \quad (1.224)$$

т.е. физически наблюдаемое время зависит только от гравитационного потенциала  $w$ . Здесь возможны два варианта:

- а) Гравитационно-инерциальная сила равна  $F_i = 0$ , а также линейная скорость вращения пространства равна  $v_i = 0$ . В таком случае, согласно определениям  $F_i$  и  $v_i$  (см. §1.2), мы получаем  $\sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2} = 1$  и  $g_{0i} = -\frac{1}{c} \sqrt{g_{00}} v_i = 0$ . Обращение в нуль гравитационного потенциала  $w$  означает, в частности, что он не зависит от трёхмерных координат (однородно распределённое гравитационное поле). В этом случае движение наблюдателя в пространстве оставляет ход часов прежним (глобальная синхронизация часов остаётся неизменной во времени);
- б) В случае, когда  $F_i \neq 0$  и  $v_i = 0$ , мы имеем производную  $\frac{\partial w}{\partial x^i} \neq 0$  в формуле для  $F_i$  (1.34). Это означает, что гравитационный потенциал  $w$  зависит от трёхмерных координат, т.е. ход часов различен в разных точках пространства. Следовательно, при  $F_i \neq 0$  синхронизация часов в разных точках голономного пространства (пространства, которое не вращается) не сохраняется со временем.

В голономном (невращающемся) пространстве гравитационный коллапс ( $w = c^2$ ) может произойти только при  $F_i \neq 0$ . Если  $F_i = 0$  в

голономном пространстве, то по определению  $F_i$  (1.34) имеем  $w = 0$ , так что гравитационный коллапс невозможен.

### Пространство вращается с досветовой скоростью

В этом случае пространственные сечения неортогональны линиям времени  $v_i = -c e_{(i)} \cos \alpha \neq 0$ . Так как  $-1 \leq \cos \alpha \leq +1$ , мы имеем  $-c \leq v_i \leq +c$ . Следовательно,  $v_i > 0$  при  $\cos \alpha > 0$ , а также  $v_i < 0$  при  $\cos \alpha < 0$ .

### Пространство вращается со скоростью света (1-й случай)

Чем меньше  $\alpha$ , тем больше  $v_i$ . В предельном случае, когда  $\alpha = 0$ , линейная скорость вращения пространства равна  $v_i = -c$ . В этом случае пространственные базисные векторы  $\vec{e}_{(i)}$  совпадают с базисным вектором времени  $\vec{e}_{(0)}$  (пространство совпадает со временем).

### Пространство вращается со скоростью света (2-й случай)

Если  $\alpha = \pi$ , тогда  $v_i = +c$  и базисный вектор времени  $\vec{e}_{(0)}$  также совпадает с пространственными базисными векторами  $\vec{e}_{(i)}$ , но противоположно направлен по отношению к ним. Этот случай можно понять как пространство, совпадающее со временем, текущим из будущего в прошлое.

## 1.15 Кто такой сверхсветовой наблюдатель?

Можно выделить несколько типов систем отсчёта, которые могут существовать в пространстве-времени общей теории относительности.

Частицы, в том числе и сам наблюдатель, движущиеся с досветовой скоростью (“внутри” светового конуса) имеют вещественные релятивистские массы. Другими словами, такие частицы, тело отсчёта и наблюдатель находятся в состоянии материи, обычно называемом “веществом”. Поэтому мы будем называть наблюдателя, чья система отсчёта является досветовой, *досветовым наблюдателем* или, другими словами, *вещественным наблюдателем*.

Частицы и наблюдатель, движущиеся со скоростью света (т.е. на поверхности светового конуса), имеют  $m_0 = 0$ , но их релятивистские массы (массы движения) равны  $m \neq 0$ . Они находятся в светоподобном состоянии материи. Следовательно, мы будем называть наблюдателя, система отсчёта которого характеризуется светоподобным состоянием, *светоподобным наблюдателем*.

Соответственно, частицы и наблюдателя, движущихся со сверхсветовой скоростью, мы будем называть *сверхсветовыми частицами* и *сверхсветовым наблюдателем*. Они находятся в состоянии вещества, где  $m_0 \neq 0$ , а их релятивистские массы мнимые.

Интуитивно понятно, кто такой досветовой наблюдатель. Этот термин не требует дополнительных пояснений. То же более или менее относится к светоподобному наблюдателю. С точки зрения светоподобного наблюдателя окружающий мир выглядит как разноцветная система световых волн. Но кто такой сверхсветовой наблюдатель? Чтобы понять это, рассмотрим следующий пример.

Представьте себе новый сверхзвуковой реактивный самолёт, который нужно ввести в эксплуатацию. Все члены комиссии слепы от рождения. Так же и пилот. Таким образом, мы полагаем, что всю информацию об окружающем мире пилот и члены комиссии получают в виде звуков, т.е. с помощью звуковых волн, распространяющихся в воздухе. Именно звуковые волны создают картину, которую эти люди воспринимают как свой “реальный мир”.

Теперь самолёт взлетает и начинает разгоняться. Пока его скорость меньше скорости звука, слепые члены комиссии отождествляют его “услышанное” положение на небе с тем, которое мы видим. Но как только звуковой барьер преодолен, всё меняется. Слепые члены комиссии по-прежнему воспринимают скорость самолёта как равную скорости звука, независимо от его реальной скорости. Для них скорость распространения звуковых волн в воздухе является предельно высокой скоростью распространения информации, а реальный сверхзвуковой реактивный самолёт находится за пределами их “реального мира”, в мире “мнимых объектов” и все их свойства являются мнимыми с их точки зрения. Слепой пилот тоже ничего не услышит. Ни один звук из прошлой реальности не донесётся до него, и только местные звуки из кабины (которая тоже движется со сверхзвуковой скоростью) нарушают его тишину. Как только скорость звука преодолена, слепой пилот уходит из дозвукового мира в новый, сверхзвуковой мир. С его новой точки зрения (сверхзвуковая система отсчёта) старый дозвуковой фиксированный мир, содержащий аэропорт и членов комиссии просто исчезнет, переместившись в область “мнимых величин”.

Что такое свет? Это — поперечные волны, бегущие в определённой среде с постоянной скоростью. Мы воспринимаем окружаю-

щий мир через зрение, получая световые волны от других объектов. Именно волны света создают картину окружающего нас “истинного реального мира”.

Теперь представьте себе космический корабль, который разгоняется всё быстрее и быстрее, чтобы в конце концов преодолеть световой барьер со всё возрастающей скоростью. С чисто математической точки зрения это вполне возможно в пространстве-времени общей теории относительности. Для нас скорость космического корабля всё равно будет равна скорости света, какова бы ни была его реальная скорость. Для нас скорость света будет предельно высокой скоростью распространения информации, а реальный космический корабль для нас останется в другом “нереальном” мире сверхсветовых скоростей, где все свойства мнимы. То же самое верно и для пилота космического корабля. С его точки зрения, преодоление светового барьера приводит его в новый сверхсветовой мир, который становится его “истинной реальностью”, а старый мир досветовых скоростей исчезает, оставаясь в области “мнимой реальности”.

### 1.16 Гравитационный коллапс в разных областях пространства

Мы называем *гравитационным коллапсаром* пространственно-временную область, в которой выполняется условие гравитационного коллапса  $g_{00} = 0$ . Согласно теории хронометрических инвариантов  $\sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2}$ . Итак, условие коллапса  $g_{00} = 0$  также означает  $w = c^2$ . Мы будем рассматривать такую сколлапсировавшую область со стороны, с точки зрения обычного наблюдателя.

Запишем формулу для четырёхмерного интервала так, чтобы она содержала явное соотношение  $w$  и  $c^2$ , т.е.

$$ds^2 = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 - 2\left(1 - \frac{w}{c^2}\right) v_i dx^i dt + g_{ik} dx^i dx^k. \quad (1.225)$$

Подставляя  $w = c^2$  в эту формулу, получаем пространственно-временную метрику на поверхности гравитационного коллапсара

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (1.226)$$

Отсюда мы видим, что гравитационный коллапс в четырёхмерном пространстве-времени может быть корректно определён только

в том случае, если пространство-время является голономным, т.е. трёхмерное пространство наблюдателя не вращается (его пространственное сечение везде ортогонально линиям времени).

Так как при отсутствии вращения пространства интервал физически наблюдаемого времени равен  $d\tau = \sqrt{g_{00}} dt = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) dt$ , то наблюдаемое время останавливается ( $d\tau = 0$ ) на поверхности гравитационного коллапсара.

Дело в том, что знаменатель линейной скорости вращения пространства

$$v_i = -c \frac{g_{0i}}{\sqrt{g_{00}}} = -c \frac{g_{0i}}{1 - \frac{w}{c^2}} \quad (1.227)$$

обращается в нуль в случае коллапса ( $w = c^2$ ) и, таким образом,  $v_i$  становится бесконечным. Чтобы избежать этого, мы полагаем  $g_{0i} = 0$ . Тогда метрика (1.225) принимает вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 + g_{ik} dx^i dx^k, \quad (1.228)$$

так что проблема сингулярного состояния пространства-времени автоматически снимается. Исходя из этого, метрика на поверхности гравитационного коллапсара (1.226) равна

$$ds^2 = -d\sigma^2 = -h_{ik} dx^i dx^k, \quad h_{ik} = -g_{ik}. \quad (1.229)$$

Отсюда мы видим, что четырёхмерный интервал на поверхности гравитационного коллапсара является пространственно-подобным: элементарное расстояние между двумя точками на поверхности гравитационного коллапсара является мнимым

$$ds = i d\sigma = i \sqrt{h_{ik} dx^i dx^k}. \quad (1.230)$$

Если  $ds = 0$ , то наблюдаемое трёхмерное расстояние  $d\sigma$  между двумя точками на поверхности гравитационного коллапсара также становится равным нулю.

Теперь рассмотрим гравитационный коллапс в различных областях четырёхмерного пространства-времени.

### **Коллапс в досветовой области**

В этой области  $ds^2 > 0$ . Это — область обитания обычных, вещественных частиц, движущихся с досветовыми скоростями. Следовательно, гравитационные коллапсары в этой области заполнены



сколлапсировавшим веществом (мы будем называть коллапсары такого типа *вещественными коллапсарами*). На поверхности такого коллапсара метрика является пространственно подобной ( $ds^2 < 0$ ), поэтому все частицы на его поверхности имеют мнимые релятивистские массы. Разумеется, метрика на поверхности такого гравитационного коллапсара невырождена.

### Коллапс в светоподобной области

Внутри этой области  $ds^2 = 0$ . Это — изотропное пространство светоподобных (безмассовых) частиц. Гравитационные коллапсары в этой области заполнен светоподобным веществом (мы будем называть коллапсары такого типа *светоподобными коллапсарами*). Метрика (1.229) на его поверхности равна  $d\sigma^2 = -g_{ik} dx^i dx^k = 0$ . Это может быть при условии, что:

- а) Поверхность светоподобного коллапсара сжимается в точку (другими словами, все  $dx^i = 0$ ), или
- б) Трёхмерная пространственная метрика является вырожденной ( $\det \|g_{ik}\| = 0$ ). Поскольку четырёхмерная метрика тоже вырождена, такой светоподобный коллапсар в данном случае является нуль-пространством.

### Коллапс в вырожденной области (нуль-пространстве)

Очевидно, что материя в полностью вырожденной пространственно-временной области (нуль-пространстве) тоже может коллапсировать. Мы будем называть такие гравитационные коллапсары *вырожденными коллапсарами*. Собственно говоря, исходя из условия вырождения

$$w + v_i u^i = c^2, \quad g_{ik} dx^i dx^k = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2, \quad (1.231)$$

мы видим, что в случае коллапса ( $w = c^2$ ) в этой области

$$v_i u^i = 0, \quad g_{ik} dx^i dx^k = 0. \quad (1.232)$$

Следовательно, гравитационный коллапс в нуль-пространстве происходит при отсутствии вращения пространства ( $v_i = 0$ ) и, в силу выполнения условий (1.232), при этом вся поверхность вырожденного коллапсара стягивается в точку.

## 2.1 Предварительные замечания

Подставив гравитационный потенциал  $w$  и линейную скорость вращения пространства  $v_i$  в определение интервала физически наблюдаемого времени  $d\tau$  (1.22), мы получаем

$$\left(1 + \frac{1}{c^2} v_i v^i\right) d\tau = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) dt. \quad (2.1)$$

Отсюда мы видим, что значительная разница между  $d\tau$  и  $dt$  может быть следствием либо сильного гравитационного поля, либо скоростей, сравнимых со скоростью света. Следовательно, в обычных условиях разница между  $d\tau$  и  $dt$  невелика.

Физически наблюдаемое время совпадает с координатным временем  $dt = d\tau$  только при условии

$$w = -v_i v^i. \quad (2.2)$$

Фактически такое условие означает, что гравитационное притяжение частицы к телу отсчёта наблюдателя полностью компенсируется вращением пространства тела отсчёта (его пространства отсчёта) и движением самой частицы. То есть (2.2) является математической формулировкой *состояния невесомости*. Подставив гравитационный потенциал по формуле Ньютона, получаем

$$\frac{GM}{r} = v_i v^i. \quad (2.3)$$

Если орбитальная скорость частицы равна линейной скорости вращения пространства гравитирующего тела на этой орбите, то

условие невесомости для частицы принимает вид

$$\frac{GM}{r} = v^2, \quad (2.4)$$

т.е. чем дальше орбита от притягивающего тела, тем меньше скорость спутника на этой орбите.

Соответствует ли это утверждение экспериментальным данным? В приведённой здесь таблице даны орбитальные скорости Луны и планет, измеренные в астрономических наблюдениях и рассчитанные на основе состояния невесомости.

Из этой таблицы видно, что полученное нами условие невесомости справедливо для любого спутника, обращающегося вокруг гравитирующего тела. Заметим, что условие невесомости выполняется, если орбитальная скорость планеты равна (или очень близка) к линейной скорости вращения пространства гравитирующего тела на этой орбите (2.4). Это означает, что вращающееся пространство притягивающего тела *увлекает* все тела вокруг себя, порождая их орбитальное вращение.

Если бы пространство гравитирующего тела вращалось как твёрдое тело, т.е. без какой-либо деформации, то его угловая скорость была бы постоянной ( $\omega = const$ ), а орбитальные скорости  $v = \omega r$  сопровождающих его спутников росли вместе с радиусами их орбит. Однако, как мы только что видели на примере планет Солнечной системы, линейная скорость орбитального вращения

Планета	Орбитальная скорость, км/сек	
	Измеренная	Вычисленная
Меркурий	47.9	47.9
Венера	35.0	35.0
Земля	29.8	29.8
Марс	24.1	24.1
Юпитер	13.1	13.1
Сатурн	9.6	9.6
Уран	6.8	6.8
Нептун	5.4	5.4
Плутон	4.7	4.7
Луна	1.0	1.0

уменьшается по мере удаления от Солнца. Это означает, что в действительности пространство гравитирующего тела (пространство отсчёта) вращается не как твёрдое тело, а как вязкая и деформируемая среда, причём слои, удалённые от центра, вращаются не так сильно, как более близкие к центру. В результате пространство гравитирующего тела *закручено*, а профиль орбитальных скоростей просто повторяет структуру закрученного пространства. Отсюда мы видим, что орбитальное движение частиц в гравитационном поле является результатом *вращения самого пространства притягивающего тела*.\*

## 2.2 Постановка задачи

Каковы возможные последствия для нашей современной математической теории движения частиц после выводов, к которым мы только что пришли? Вскоре мы узнаем об этом ниже.

Предположим, мы имеем какое-то метрическое пространство. Как очевидно, движение самого пространства позволяет сопоставить любой из точек этого пространства вектор движения такой точки  $Q^\alpha$ . Также очевидно, что все точки пространства будут испытывать такое же движение, как и само пространство. Следовательно,  $Q^\alpha$  можно рассматривать как вектор движения самого пространства (в данной точке). В результате мы получаем векторное поле, описывающее движение всего пространства.

Конечно, если длина вектора  $Q^\alpha$  при движении остаётся постоянной, то такое пространство движется так, что его метрика тоже остаётся неизменной. Следовательно, если в таком пространстве вектор движения  $Q^\alpha$  задан в данной точке, то метрика пространства может быть найдена исходя из движения точки (вместе с движением самого пространства).

---

\*Наши выводы очень близки к выводам, полученным благодаря эластодинамике пространственно-временного континуума — расширению общей теории относительности, которое ввёл десятилетие назад Пьер А. Миллет на основе анализа деформации пространства-времени в терминах механики сплошных сред. В частности, он показал, что само массивное тело является частью вращающейся ткани пространства-времени. См. его основополагающую статью и последующую монографию на эту тему: Millette P. A. Elastodynamics of the spacetime continuum. *The Abraham Zelmanov Journal*, 2012, vol. 5, 221–277. Millette P. A. Elastodynamics of the Spacetime Continuum. The 2nd expanded edition, American Research Press, Rehoboth (New Mexico), 2019, 415 pages.

Путь к решению этой проблемы был проложен в конце 19 века Софусом Ли [18]. Он получил уравнения для внешней производной от фундаментального метрического тензора пространства  $g_{\alpha\beta}$  относительно траектории вектора движения пространства  $Q^\alpha$ , где компоненты  $Q^\alpha$  присутствовали в виде фиксированных коэффициентов. Число уравнений равно числу компонент метрического тензора. Следовательно, имея фиксированный вектор  $Q^\alpha$ , т.е. имея заданное движение пространства, можно решить эти уравнения, чтобы найти компоненты метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$  исходя из компонент  $Q^\alpha$ . Позже Давид ван Данциг предложил называть такую производную метрики *производной Ли*.

Мы рассмотрим частный случай движения пространства, при котором его метрика остаётся постоянной. Этот случай был изучен Вильгельмом Киллингом [19]. Как очевидно, такое движение сводится к тому, чтобы сделать производную Ли равной нулю (*уравнения Киллинга*). Следовательно, если движение пространства оставляет его метрику прежней и мы знаем вектор движения  $Q^\alpha$  для любой его точки (движение пространства в этой точке задано), то движение точки (точек) можно использовать для того, чтобы получить метрику пространства из уравнений Киллинга.

С другой стороны, движение частиц описывается уравнениями движения. Наоборот, эти уравнения оставляют метрику пространства фиксированной, и задача здесь состоит в том, чтобы найти динамический вектор частицы  $Q^\alpha$ . Фиксированная метрика в уравнениях движения приводит к тому, что символы Кристоффеля, являющиеся функциями компонент метрики  $g_{\alpha\beta}$ , появляются в уравнениях как фиксированные коэффициенты. Следовательно, как только задана определённая метрика пространства, мы можем использовать уравнения движения для получения вектора  $Q^\alpha$  для частицы в таком пространстве.

Поэтому мы приходим к следующему. Поскольку  $g_{\alpha\beta}$  является симметричным тензором ( $g_{\alpha\beta} = g_{\beta\alpha}$ ), только 10 компонент из 16 имеют разные численные значения. В уравнениях Киллинга (10 уравнений) вектор движения точки в пространстве фиксирован, а компоненты метрического тензора неизвестны (10 неизвестных). Уравнения движения свободной частицы (4 уравнения), наоборот, оставляют метрику фиксированной, но компоненты вектора движения частицы (4 компоненты) неизвестны. Тогда, как только мы рас-

смотрим свободное движение частицы как движение любой из точек пространства, обусловленное движением самого пространства, мы можем составить систему из 10 уравнений Киллинга (уравнения движения пространства) и 4 уравнений движения частицы. В этой системе 14 уравнений будет 14 неизвестных, из них 10 неизвестных компонент метрики и 4 неизвестных компонент динамического вектора частицы. Следовательно, решив эту систему, мы получим движение частицы в пространстве и метрику пространства одновременно.

В частности, при решении этой системы уравнений можно найти движения частиц, возникающие в результате движения самого пространства. Для этого типа движения знание движения определённой частицы может явно дать метрику самого пространства.

Например, решив уравнения Киллинга и динамические уравнения движения спутника планеты (или планеты, обращающейся вокруг звезды), мы можем использовать его движение для нахождения метрики пространства гравитирующего тела.

В следующем параграфе мы приступим к получению уравнений Киллинга в х.и.-форме.

### 2.3 Уравнения движения и уравнения Киллинга

Предположим, что мы имеем движущееся пространство (не обязательно метрическое). Как очевидно, в таком случае вектор движения  $Q^\alpha$  любой точки пространства есть вектор движения самого пространства в этой точке. Движение метрического пространства описывается производной Ли

$$\delta_L g_{\alpha\beta} = Q^\sigma \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\sigma} + g_{\alpha\sigma} \frac{\partial Q^\sigma}{\partial x^\beta} + g_{\beta\sigma} \frac{\partial Q^\sigma}{\partial x^\alpha}, \quad (2.5)$$

которая является производной фундаментального метрического тензора пространства по направлению параллельного переноса вектора  $Q^\alpha$  (направлению движения самого пространства).

Рассмотрим точку этого пространства. Если пространство движется, то на точку действует сопутствующий вектор  $Q^\alpha$ , являющийся вектором движения самого пространства. Для самой точки пространство покоится, и только “ветер”, создаваемый движением пространства в виде вектора  $Q^\alpha$ , раскрывает факт движения всего пространства.

В общем случае производная Ли не равна нулю. То есть движение пространства меняет его метрику. Но в римановом пространстве метрика фиксирована по определению, поэтому длина вектора, перенесённого параллельно самому себе, остаётся постоянной. Это означает, что параллельный перенос вектора по “бугристой” структуре риманова пространства будет изменять вектор вместе с конфигурацией самого пространства. В результате производная Ли метрики в римановом пространстве должна быть равна нулю

$$\delta_L g_{\alpha\beta} = 0. \quad (2.6)$$

Уравнения Ли в римановом пространстве были впервые изучены Киллингом и, как мы упоминали выше, известны как уравнения Киллинга. Позднее А. З. Петров показал [20], что уравнения Киллинга для любой точки являются необходимым и достаточным условием того, чтобы движение точки было движением самого риманова пространства. Другими словами, если точка переносится движением риманова пространства и движется вместе с ним, уравнения Киллинга должны выполняться для этой точки.

Очевидно, что для получения компонент метрического тензора из уравнений Киллинга необходимо определить конкретный вектор  $Q^\alpha$  движения точки. Тогда у нас будет 10 уравнений Киллинга против 10 неизвестных компонент метрики, так что мы сможем решить эту систему уравнений.

Вообще говоря, в римановом пространстве могут быть разные виды движения. Мы выберем вектор движения  $Q^\alpha$  таким образом, чтобы он соответствовал потребностям нашей задачи.

Существует свободное (геодезическое) движение, при котором точка движется по геодезической траектории (самой короткой из всех, что между двумя точками). Будем считать, что любая точка риманова пространства, увлекаемая движением самого пространства, движется по геодезической траектории. Следовательно, движение всего риманова пространства также будет геодезическим. Тогда мы можем сопоставить движение точки, переносимой движением пространства, с движением свободной частицы.

Далее мы называем движение *геодезическим движением пространства*, если свободное движение частиц является результатом их переноса движущимся пространством.

Рассмотрим следующую систему динамических уравнений движения свободных частиц и уравнений Киллинга

$$\left. \begin{aligned} \frac{DQ^\alpha}{d\rho} &= 0 \\ \delta_L g_{\alpha\beta} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.7)$$

где  $Q^\alpha$  динамический вектор движения частицы, тогда как  $\rho$  параметр дифференцирования вдоль траектории движения, а производная Ли выражается через *дифференциал Ли* как

$$\delta_L g_{\alpha\beta} = \frac{D_L g_{\alpha\beta}}{d\rho}. \quad (2.8)$$

Фактически система уравнений (2.7) означает, что движение свободной частицы является геодезическим и, в то же время, является результатом того, что частица увлекается движением самого пространства. Система решается как набор компонент динамического вектора  $Q^\alpha$ , а также компонент метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$ , для которых геодезическое движение частиц является результатом геодезического движения самого пространства.

Для правильного решения этой задачи нам необходимо представить уравнения Киллинга в х.и.-форме, тем самым выразив их через физические свойства (эталон) пространства. Особенно интересно узнать, какие физические эталоны вытекают из движения самого пространства.

Согласно теории хронометрических инвариантов, физически наблюдаемыми должны быть х.и.-проекции уравнений Киллинга на линию времени (1 компонента), смешанная проекция (3 компоненты) и пространственная проекция (6 компонент)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta_L g_{00}}{g_{00}} &= 0 \\ \frac{\delta_L g_0^i}{\sqrt{g_{00}}} &= \frac{g^{i\alpha} \delta_L g_{0\alpha}}{\sqrt{g_{00}}} = 0 \\ \delta_L g^{ik} &= g^{i\alpha} g^{k\beta} \delta_L g_{\alpha\beta} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.9)$$



Здесь мы рассмотрим движение пространства и частиц с точки зрения обычного досветового наблюдателя.

Выразив производные метрики в производной Ли через х.и.-дифференциальные операторы и подставив краткие обозначения для х.и.-проекций динамического вектора частицы  $Q^\alpha$  как  $\varphi = \frac{Q_0}{\sqrt{g_{00}}}$  и  $q^i = Q^i$ , мы приходим к х.и.-уравнениям Киллинга

$$\left. \begin{aligned} \frac{* \partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{c} F_i q^i &= 0 \\ \frac{1}{c} \frac{* \partial q^i}{\partial t} - h^{im} \frac{* \partial \varphi}{\partial x^m} - \frac{\varphi}{c^2} F^i + \frac{2}{c} A_k^i q^k &= 0 \\ \frac{2\varphi}{c} D^{ik} + h^{im} h^{kn} q^l \frac{* \partial h_{mn}}{\partial x^l} + h^{im} \frac{* \partial q^k}{\partial x^m} + h^{km} \frac{* \partial q^i}{\partial x^m} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.10)$$

Если вектор  $Q^\alpha$  одновременно удовлетворяет х.и.-уравнениям Киллинга и динамическим х.и.-уравнениям движения частицы, то эта частица находится в движении, увлекаемая геодезическим движением пространства.

Совместное решение этих уравнений в общем виде проблематично, поэтому мы ограничимся одним частным случаем, который имеет большое значение.

Пусть динамический вектор движения пространства  $Q^\alpha$  есть динамический вектор движения массовой частицы

$$Q^\alpha = m_0 \frac{dx^\alpha}{ds} = \frac{m}{c} \frac{dx^\alpha}{d\tau}, \quad (2.11)$$

а наблюдатель сопутствует этой частице ( $v^i = 0$ ). В этом случае

$$\varphi = m_0 = const, \quad q^i = \frac{m}{c} v^i, \quad (2.12)$$

и х.и.-уравнения Киллинга (2.10) упрощаются до

$$\left. \begin{aligned} F^i &= 0 \\ D^{ik} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.13)$$

Первое уравнение  $D^{ik} = 0$ , согласно (1.43), означает стационарное состояние наблюдаемой метрики пространства:  $h^{ik} = const$ . Второе уравнение  $F^i = 0$  означает выполнение следующих равенств при

преобразовании временной координаты

$$g_{00} = 1, \quad \frac{\partial g_{0i}}{\partial t} = 0. \quad (2.14)$$

Кроме того, величины  $F^i$  и  $A_{ik}$  связаны тождествами Зельманова, первое из которых (см. формулу 1.38 в §1.2) имеет вид

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial F_k}{\partial x^i} - \frac{\partial F_i}{\partial x^k} \right) + \frac{\partial A_{ik}}{\partial t} = 0, \quad (2.15)$$

из которого мы видим, что  $F^i = 0$  также означает, что

$$\frac{\partial A_{ik}}{\partial t} = 0, \quad (2.16)$$

т.е. движение пространства в этом случае является *стационарным вращением*.

Далее, как видно из уравнений Киллинга (2.13), тензор скоростей деформации пространства равен нулю. Следовательно, стационарное вращение не меняет структуру пространства. Обращение в нуль гравитационно-инерциальной силы в уравнениях Киллинга означает, что с точки зрения наблюдателя, связанного с частицей, увлекаемой в движение самим пространством ( $v^i = 0$ ), эта частица ничего не весит и ни к чему не притягивается (состояние невесомости). Это не противоречит полученному ранее условию невесомости  $w = -v_i v^i$ , поскольку с точки зрения такого наблюдателя гравитационный потенциал тела отсчёта равен нулю  $w = 0$  и, поэтому,  $F^i = 0$ .

Поэтому мы приходим к выводу, что если  $Q^\alpha$  есть вектор движения массовой частицы в римановом пространстве, то геодезическое движение пространства вдоль траектории параллельного переноса этого вектора есть стационарное вращение.

Как мы видим, геодезическое движение массовых частиц представляет собой стационарное вращение. Такое стационарное вращение возникает в результате того, что гравитирующее тело (тело отсчёта) увлекает своим вращением окружающее его пространства отсчёта. В то же время мы знаем, что основным видом движения во Вселенной является орбитальное вращение. Следовательно, основным движением во Вселенной является геодезическое движение, возникающее в результате увлечения тел стационарным (геодезическим) вращением пространств гравитирующих тел.

## 2.4 Заключение

Итак, что же представляет собой пространство, которое несёт в себе гравитационный потенциал, деформируется и, находясь во вращении, ведёт себя как вязкая среда? Стоит отметить, что если мы поместим частицу в такое пространство, то это движущееся пространство будет увлекать её так же, как океанический поток несёт крохотную лодку или гигантский айсберг.

Ответ таков: согласно результатам, которые мы получили выше, пространство тела отсчёта и его гравитационное поле — одно и то же. С физической точки зрения точки пространства отсчёта можно рассматривать как частицы в гравитационном поле тела отсчёта.

Если пространство отсчёта не вращается, спутник упадёт на тело отсчёта под действием силы тяжести. Но при наличии пространственного вращения спутник будет находиться под действием увлекающей его силы. Эта сила действует подобно ветру или океанскому течению, толкая спутник вперёд, не давая ему упасть и заставляя его вращаться вокруг гравитирующего тела вместе с вращающимся пространством (конечно, дополнительная скорость, придаваемая спутнику, заставит его двигаться быстрее чем вращающееся пространство).

---

## 3.1 Гравитационно-волновые детекторы

В этой главе мы излагаем теорию детектирования гравитационных волн, которая была опубликована в краткой статье [21], а также была представлена нами на апрельской конференции 2008 г. Американского физического общества [22]. Основные положения этой теории были разработаны ещё в 1968–1973 годах Л. Борисовой, затем в 2000-х годах нами совместно были найдены точные решения уравнений.

Общая теория гравитационных волн и их критерии в терминах физически наблюдаемых величин была разработана и изложена в подробной статье [23], написанной в 1968 г. Л. Борисовой.

Рассмотрим две частицы с массой покоя  $m_0$ , связанные между собой силой  $\Phi^\alpha$  негравитационной природы. Такие частицы движутся по соседним негеодезическим мировым линиям с одной и той же четырёхмерной скоростью  $U^\alpha$ , согласно негеодезическим уравнениям движения

$$\frac{dU^\alpha}{ds} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha U^\mu U^\nu = \frac{\Phi^\alpha}{m_0 c^2}, \quad (3.1)$$

тогда как относительная девиация этих негеодезических мировых линий (и частиц) задаётся уравнением Синга-Вебера [24]

$$\frac{D^2 \eta^\alpha}{ds^2} + R_{\beta\gamma\delta}^\alpha U^\beta U^\delta \eta^\gamma = \frac{1}{m_0 c^2} \frac{D\Phi^\alpha}{dv} dv, \quad (3.2)$$

где  $D\eta^\alpha = d\eta^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \eta^\mu dx^\nu$  абсолютный дифференциал,  $\eta^\alpha = \frac{\partial x^\alpha}{\partial v} dv$  вектор относительной девиации частиц, тогда как  $v$  параметр дифференцирования, имеющий одну и ту же численную величину вдоль

мировой линии и отличающийся на величину  $dv$  на соседних мировых линиях.

Если это — свободные частицы ( $\Phi^\alpha = 0$ ), они движутся по соседним геодезическим согласно уравнениям геодезического движения

$$\frac{dU^\alpha}{ds} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha U^\mu U^\nu = 0, \quad (3.3)$$

тогда как относительная девиация этих геодезических (и частиц) задаётся уравнением Синга [25]

$$\frac{D^2 \eta^\alpha}{ds^2} + R_{\beta\gamma\delta}^\alpha U^\beta U^\delta \eta^\gamma = 0. \quad (3.4)$$

Гравитационная волна как волна метрики пространства, деформирующая пространство, должна оказывать какое-то влияние на систему из двух частиц. Этот эффект может быть найден как решение уравнений девиации в гравитационно-волновой метрике. Поэтому в 1960-х годах Джозеф Вебер, пионер экспериментальных исследований гравитационных волн, предложил два типа детекторов гравитационных волн:

- a) Твердотельный детектор — свободно подвешенный металлический цилиндр (или кристалл), аппроксимированный двумя массами, соединёнными пружиной. Такой детектор должен деформироваться под действием гравитационной волны. Эта деформация должна приводить к возникновению в нём пьезоэлектрического эффекта;
- b) Детектор свободных масс — система, состоящая из двух свободно подвешенных зеркал, удалённых друг от друга в пределах видимости, и снабжённая лазерным дальномером. Предполагаемые отклонения зеркал, вызванные гравитационной волной, должны быть зарегистрированы лазерным лучом.

## 3.2 Краткая история экспериментов

Первоначальный интерес к гравитационным волнам возник в 1968–1970 гг., когда Джозеф Вебер, профессор Мэрилендского университета (США), провёл свои первые эксперименты с твёрдотельными детекторами гравитационных волн. Он зарегистрировал несколько слабых синхронных сигналов на своих детекторах, уста-

новленных на расстоянии до 1000 км друг от друга [26–28]. Он предположил, что источником зарегистрированных сигналов были какие-то процессы в центре Галактики.

Эти эксперименты были продолжены в последующие десятилетия многими группами исследователей, работавшими в лабораториях и исследовательских институтах по всему миру. Системы регистрации, использовавшиеся в этих попытках, были более чувствительными, чем системы Вебера. В своих первых наблюдениях 1968–1970 гг. Вебер использовал очень простые детекторы в условиях комнатной температуры. Впоследствии, для усиления эффекта при измерениях уровень шума во всех твёрдотельных детекторах второго поколения был снижен за счёт охлаждения цилиндров до температуры, близкой к 0°К. Помимо гравитационных антенн твёрдотельного типа, было построено множество антенн на основе свободных масс.

Теоретически, гравитационные волны должны излучаться многими процессами в Галактике, а их магнитуда такова [2], что может быть зарегистрированной даже очень простыми гравитационно-волновыми детекторами вроде тех, что использовал Вебер. То есть, теоретически гравитационные волны должны быть объектом ежедневных наблюдений. Именно на этом настаивал Вебер, когда создавал свои детекторы в конце 1960-х.

Но даже второе поколение детекторов гравитационных волн не привело учёных к ожидаемым результатам. В немногих редких случаях, когда были зарегистрированы гравитационные волны, их магнитуда была невероятно мала. До сих пор никто не зарегистрировал гравитационные волны, излучаемые многими обычными процессами в Галактике.

Тем не менее, большинство физиков согласны с тем, что открытие гравитационных волн следует ожидать как одно из основных следствий общей теории относительности. Основными аргументами в поддержку этого тезиса являются [2]:

- a) Энергия любого гравитационного поля определяется псевдотензором энергии-импульса гравитационного поля;
- b) Линеаризованная форма уравнений Эйнштейна позволяет найти решение, описывающее слабые плоские гравитационные волны, которые являются поперечными;

- с) Поток энергии, излучаемый гравитационными волнами, можно вычислить через псевдотензор энергии-импульса гравитационного поля.

Поэтому нет сомнения, что в будущем будет обнаружено гравитационное излучение, испускаемое многими объектами Галактики.

Краеугольным камнем проблемы было то, что выводы Вебера о конструкции детекторов гравитационных волн основывались не на точном решении уравнений девиации, а на *его приближительном анализе* того, что можно было ожидать: Вебер ожидал что плоская слабая волна пространственной метрики (гравитационная волна) может смещать две покоящиеся частицы друг относительно друга.

Здесь мы выводим *точные решения* как уравнения Синга, так и уравнения Синга-Вебера, т.е. выводим точную теорию детекторов свободной массы и твёрдотельных детекторов. Точные решения показывают, вместо предположения Вебера, что гравитационные волны не могут сместить покоящиеся частицы; некоторый эффект может быть получен только в том случае, если частицы колеблются относительно друг друга. В соответствии с этими точными решениями мы можем изменить конструкцию как твёрдотельных детекторов, так и детекторов свободной массы, чтобы они могли регистрировать колебания, создаваемые гравитационными волнами.

Вероятнее всего, Вебер обнаружил гравитационные волны, как он утверждал в 1968–1970 гг., так как его твёрдотельные детекторы при комнатной температуре могли иметь свои относительные колебания торцов, тогда как такие колебания непреднамеренно подавляются как шум в детекторах, разработанных всеми его последователями, которые так не добились стабильно положительного результата за более чем 45 лет.

### 3.3 Подход Вебера и критика его подхода

Вебер предположил относительное смещение частиц  $\eta^\alpha$ , состоящее из постоянного расстояния  $r^\alpha$  и бесконечно малого смещения  $\zeta^\alpha$ , вызванного гравитационной волной

$$\eta^\alpha = r^\alpha + \zeta^\alpha, \quad \zeta^\alpha \ll r^\alpha, \quad \frac{Dr^\alpha}{ds} = 0. \quad (3.5)$$

Таким образом, уравнение девиации негеодезических линий, которым является уравнение Синга-Вебера (3.2), принимает следу-

ющую частную форму

$$\frac{D^2 \zeta^\alpha}{ds^2} + R^\alpha_{\beta\gamma\delta} U^\beta U^\delta (r^\gamma + \zeta^\gamma) = \frac{\Phi^\alpha}{m_0 c^2}. \quad (3.6)$$

Затем Вебер рассмотрел  $\Phi^\alpha$  как сумму возвращающей упругой силы  $k_\sigma^\alpha \zeta^\sigma$  и демпфирующего фактора  $d_\sigma^\alpha \frac{D\zeta^\sigma}{ds}$ , где  $k_\sigma^\alpha$  и  $d_\sigma^\alpha$  описывают свойства пружины. В результате уравнение (3.6) приняло вид

$$\frac{D^2 \zeta^\alpha}{ds^2} + \frac{d_\sigma^\alpha}{m_0 c^2} \frac{D\zeta^\sigma}{ds} + \frac{k_\sigma^\alpha}{m_0 c^2} \zeta^\sigma = -R^\alpha_{\beta\gamma\delta} U^\beta U^\delta (r^\gamma + \zeta^\gamma), \quad (3.7)$$

что является уравнением вынужденных колебаний, где тензор кривизны  $R^\alpha_{\beta\gamma\delta}$  является вынуждающим фактором. После упрощений, Вебер привёл уравнение девиации негеодезических (3.7) к виду

$$\frac{d^2 \zeta^\alpha}{dt^2} + \frac{d_\sigma^\alpha}{m_0} \frac{d\zeta^\sigma}{dt} + \frac{k_\sigma^\alpha}{m_0} \zeta^\sigma = -c^2 R^\alpha_{0\sigma 0} r^\sigma. \quad (3.8)$$

Вебер не решал своё уравнение (3.8), а только использовал тензор кривизны как вынуждающий фактор в своих вычислениях ожидаемых резонансных колебаний в твёрдотельном детекторе [24].

Решение уравнения Вебера в оригинальном виде (3.8) со всеми его упрощениями было получено ещё в 1978 г. Л. Борисовой [29]. Она решала уравнение Вебера в поле слабых плоских гравитационных волн. Принимая, как и Вебер, что  $r^\alpha$  и его длина  $r = \sqrt{g_{\mu\nu} r^\mu r^\nu}$  являются ковариантно постоянными, т.е.  $\frac{Dr^\alpha}{ds} = 0$ , она получила, что для гравитационной волны, линейно поляризованной в направлении  $x^2$  и распространяющейся вдоль  $x^1$ , уравнение  $\frac{Dr^\alpha}{ds} = 0$  даёт  $r^2 = r_{(0)}^2 \left[ 1 - A \sin \frac{\omega}{c} (ct + x^1) \right]$  в случае, когда детектор ориентирован вдоль оси  $x^2$ . В итоге она получила уравнение Вебера (3.8) в виде

$$\frac{d^2 \zeta^2}{dt^2} + 2\lambda \frac{d\zeta^2}{dt} + \Omega_0^2 \zeta^2 = -A \omega^2 r_{(0)}^2 \sin \frac{\omega}{c} (ct + x^1), \quad (3.9)$$

что является уравнением вынужденных колебаний, где вынуждающим фактором является относительное движение частиц, создаваемое гравитационной волной. Здесь  $2\lambda = \frac{b}{m_0}$  и  $\Omega_0^2 = \frac{k}{m_0}$  определены негравитационной силой  $\Phi^2 = -k\zeta^2 - b\dot{\zeta}^2$ , действующей вдоль  $x^2$ ,  $k$  есть эластичный коэффициент рассматриваемой “пружины”,



тогда как  $b$  коэффициент трения. Затем она получила точное решение этого уравнения — относительное смещение  $\eta^2 = \eta_y$  торцов детектора перпендикулярно падающей гравитационной волне

$$\eta^2 = r_{(0)}^2 \left[ 1 - A \sin \frac{\omega}{c} (ct + x^1) \right] + M e^{-\lambda t} \sin (\Omega t + \alpha) - \frac{A \omega^2 r_{(0)}^2}{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2} \cos \left( \omega t + \delta + \frac{\omega}{c} x^1 \right), \quad (3.10)$$

где  $\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 - \omega^2}$ ,  $\delta = \arctan \frac{2\lambda\omega}{\omega^2 - \Omega_0^2}$ , тогда как  $M$  и  $\alpha$  константы.

В этом решении относительные колебания состоят из “базовых” гармонических колебаний и релаксационных колебаний (первые два слагаемых), а также резонансных колебаний (третье слагаемое).

Как показала Борисова [29], финальное уравнение Вебера (3.8) может быть выведено только при следующих упрощениях:

- а) Можно сказать, что Вебер рассматривал два детектора в одном: длинный стержень постоянной длины  $r$  и короткий стержень длиной  $\zeta$ , оба которых меняют свою длину под воздействием одной и той же гравитационной волны. Однако в реальных экспериментах твёрдый стержень отвечает на внешние воздействия как целое;
- б) Символы Кристоффеля  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  все равны нулю. Но, раз тензор кривизны не равен нулю,  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  не могут быть приведены к нулю в конечной области пространства [20]. Поэтому в соседних частицах должно быть  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha \neq 0$ ;
- в) Торцы стержня покоятся относительно наблюдателя ( $U^i = 0$ ) всё время до того момента, как приходит гравитационная волна. Поэтому *только резонансные колебания* могут быть зарегистрированы таким детектором. Параметрические колебания не могут появиться в нём.

Поскольку те же предположения применялись к уравнению девиации геодезических, всё сказанное имеет место также и для детекторов свободной массы.

Таким образом, с помощью своего упрощённого уравнения (3.8) Вебер фактически постулировал, что гравитационные волны заставляют покоящиеся частицы совершать относительные резонансные колебания. Его предположения привели к специфической конструк-

ции твёрдотельных детекторов и детекторов свободной массы, в которой параметрические колебания подавляются.

### 3.4 Основные уравнения

Здесь мы будем решать уравнения девиации совместно с уравнениями движения в общем случае, когда обе частицы в паре движутся изначально относительно наблюдателя ( $U^i \neq 0$ ), без веберовских упрощений. Мы решаем эти уравнения в терминах физически наблюдаемых величин, которые являются х.и.-проекциями четырёхмерных величин на линию времени и пространственное сечение наблюдателя. Например (см. §1.2 главы 1), любой вектор  $Q^\alpha$  имеет две х.и.-проекции:  $\frac{Q_0}{\sqrt{g_{00}}}$  и  $Q^i$ . Обозначим

$$\sigma = \frac{\Phi_0}{\sqrt{g_{00}}}, \quad f^i = \Phi^i \quad (3.11)$$

для связывающей силы  $\Phi^\alpha$ , а также

$$\varphi = \frac{\eta_0}{\sqrt{g_{00}}}, \quad \eta^i \equiv \eta^i \quad (3.12)$$

для вектора девиации частиц  $\eta^\alpha$ .

Мы рассматриваем уравнение девиации негеодезических в общем случае, когда правая часть уравнения отлична от нуля.

Общековариантные уравнения негеодезического движения частиц (3.1) имеют две х.и.-проекции

$$\left. \begin{aligned} \frac{dm}{d\tau} - \frac{m}{c^2} F_i v^i + \frac{m}{c^2} D_{ik} v^i v^k &= \frac{\sigma}{c} \\ \frac{d}{d\tau} (m v^i) - m F^i + 2m (D_k^i + A_k^i) + m \Delta_{kn}^i v^k v^n &= f^i \end{aligned} \right\}, \quad (3.13)$$

где мы по-прежнему придерживаемся общепринятых обозначений:  $m$  есть релятивистская масса частицы,  $v^i$  её физически наблюдаемая х.и.-скорость,  $d\tau$  интервал физически наблюдаемого времени,  $F_i$  есть х.и.-вектор гравитационно-инерциальной силы,  $A_{ik}$  есть х.и.-тензор угловых скоростей вращения пространства,  $D_{ik}$  есть тензор деформации пространства,  $\Delta_{kn}^i$  суть х.и.-символы Кристоффеля, построенные подобно обычным символам Кристоффеля  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  но с использованием  $h_{ik}$  вместо  $g_{\alpha\beta}$ .

Запишем уравнение Синга-Вебера девиации негеодезических (3.2) в расширенной форме

$$\frac{d^2\eta^\alpha}{ds^2} + 2\Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{d\eta^\mu}{ds} U^\nu + \frac{\partial\Gamma_{\beta\delta}^\alpha}{\partial x^\gamma} U^\beta U^\delta \eta^\gamma = \frac{1}{m_0 c^2} \frac{\partial\Phi^\alpha}{\partial x^\gamma} \eta^\gamma, \quad (3.14)$$

где  $ds^2$  выражается через наблюдаемый интервал времени  $d\tau$  по формуле (1.30) как  $ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2 = c^2 d\tau^2 (1 - v^2/c^2)$ .

Рассмотрим метрику слабых плоских гравитационных волн

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^1)^2 - (1+a)(dx^2)^2 + 2bdx^2 dx^3 - (1-a)(dx^3)^2, \quad (3.15)$$

где  $a$  и  $b$  функции от  $ct + x^1$  (предполагается, что в данном случае вдоль оси  $x^1$  распространяются слабые плоские гравитационные волны), и эти функции  $a$  и  $b$  малы, поэтому их квадраты и произведения их производных считаются равными нулю.

Скорость обеих частиц (торцов) в детекторе заведомо мала. В таком случае в гравитационно-волновой метрике (3.15),

$$\left. \begin{aligned} d\tau &= dt, & \eta^0 &= \eta_0 = \varphi, & \Phi^0 &= \Phi_0 = \sigma \\ \Gamma_{kn}^0 &= \frac{1}{c} D_{kn}, & \Gamma_{0k}^i &= \frac{1}{c} D_k^i, & \Gamma_{kn}^i &= \Delta_{kn}^i \end{aligned} \right\}. \quad (3.16)$$

С этими параметрами метрики, после вычислений мы получаем х.и.-проекции уравнения Синга-Вебера (3.14)

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{2}{c} D_{kn} \frac{d\eta^k}{dt} v^n + \left( \varphi \frac{\partial D_{kn}}{\partial t} + c \frac{\partial D_{kn}}{\partial x^m} \eta^m \right) \frac{v^k v^n}{c^2} = \\ = \frac{1}{m_0} \left( \frac{\varphi}{c} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x^m} \eta^m \right) \\ \frac{d^2\eta^i}{dt^2} + \frac{2}{c} D_k^i \left( \frac{d\varphi}{dt} v^k + c \frac{d\eta^k}{dt} \right) + 2\Delta_{kn}^i \frac{d\eta^k}{dt} v^n + \\ + 2 \left( \frac{\varphi}{c} \frac{\partial D_k^i}{\partial t} + \frac{\partial D_k^i}{\partial x^m} \eta^m \right) v^k + \left( \frac{\varphi}{c} \frac{\partial \Delta_{kn}^i}{\partial t} + \frac{\partial \Delta_{kn}^i}{\partial x^m} \eta^m \right) v^k v^n = \\ = \frac{1}{m_0} \left( \frac{\varphi}{c} \frac{\partial f^i}{\partial t} + \frac{\partial f^i}{\partial x^m} \eta^m \right) \end{aligned} \right\}. \quad (3.17)$$

В покомпонентной записи полученные х.и.-уравнения девиации (3.17) представляют собой систему четырёх дифференциальных уравнений 2-го порядка относительно  $\varphi, \eta^1, \eta^2, \eta^3$ , где переменными коэффициентами функций являются величины  $\dot{a}, \ddot{a}, v^1, v^2, v^3$ . Для решения этой системы мы получим  $a$  из заданной гравитационно-волновой метрики (3.15), тогда как  $v^i$  будет получена как решение негеодезических уравнений движения (3.13).

### 3.5 Точное решение для лазерного интерферометра

Сначала мы решаем х.и.-уравнения девиации (3.17) для детектора свободной массы (лазерного интерферометра), где две частицы не взаимодействуют друг с другом ( $\Phi^\alpha = 0$ ), т.е. правая часть в уравнениях равна нулю.

Решение находится в поле гравитационной волны, падающей вдоль  $x^1$  и линейно поляризованной в направлении  $x^2$  (т.е.  $b = 0$ ). В этом случае параметры гравитационно-волновой метрики (3.15) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} D_{22} = -D_{33} &= \frac{1}{2} \dot{a}, & \frac{d}{dx^1} &= \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \\ \Delta_{22}^1 = -\Delta_{33}^1 &= -\frac{1}{2c} \dot{a}, & \Delta_{12}^2 = -\Delta_{13}^3 &= \frac{1}{2c} \dot{a} \end{aligned} \right\}. \quad (3.18)$$

В таком случае и поскольку  $\Phi^\alpha = 0$ , х.и.-уравнения движения (3.13) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} (v^2)^2 - (v^3)^2 &= 0 \\ \frac{dv^1}{dt} &= 0, \quad \frac{dv^2}{dt} + \dot{a}v^2 = 0, \quad \frac{dv^3}{dt} + \dot{a}v^3 = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3.19)$$

Как видно, здесь  $v^1 = v_{(0)}^1 = const$ , поэтому поперечная гравитационная волна не перемещает единичную частицу в продольном направлении. Поэтому

$$v^1 = v_{(0)}^1 = 0. \quad (3.20)$$

Остальные два пространственных уравнения движения (3.19) также легко интегрируются. Мы получаем

$$v^2 = v_{(0)}^2 e^{-a}, \quad v^3 = v_{(0)}^3 e^{+a}. \quad (3.21)$$

Считая волну простой гармоникой,  $\omega = const$  с постоянной амплитудой  $A = const$ , т.е.  $a = A \sin \frac{\omega}{c}(ct + x^1)$ , и разложив экспоненту в ряд (и опуская члены высших порядков малости), мы получаем

$$v^2 = v_{(0)}^2 \left[ 1 - A \sin \frac{\omega}{c}(ct + x^1) \right], \quad (3.22)$$

$$v^3 = v_{(0)}^3 \left[ 1 + A \sin \frac{\omega}{c}(ct + x^1) \right]. \quad (3.23)$$

Подставив эти решения в х.и.-уравнения девиации негеодезических (3.17) и обнулив правую часть, как для геодезических, имеем

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\dot{a}}{c} \left( \frac{d\eta^2}{dt} v_{(0)}^2 - \frac{d\eta^3}{dt} v_{(0)}^3 \right) = 0, \quad (3.24)$$

$$\frac{d^2\eta^1}{dt^2} - \frac{\dot{a}}{c} \left( \frac{d\eta^2}{dt} v_{(0)}^2 - \frac{d\eta^3}{dt} v_{(0)}^3 \right) = 0, \quad (3.25)$$

$$\frac{d^2\eta^2}{dt^2} + \dot{a} \frac{d\eta^2}{dt} + \frac{\dot{a}}{c} \left( \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\eta^1}{dt} \right) v_{(0)}^2 + \frac{\ddot{a}}{c} (\varphi + \eta^1) v_{(0)}^2 = 0, \quad (3.26)$$

$$\frac{d^2\eta^3}{dt^2} - \dot{a} \frac{d\eta^3}{dt} - \frac{\dot{a}}{c} \left( \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\eta^1}{dt} \right) v_{(0)}^2 - \frac{\ddot{a}}{c} (\varphi + \eta^1) v_{(0)}^2 = 0. \quad (3.27)$$

Суммируя первые два уравнения и интегрируя сумму, имеем

$$\varphi + \eta^1 = B_1 t + B_2, \quad (3.28)$$

где  $B_1$  и  $B_2$  константы интегрирования. Подставив их в два других, мы получаем два уравнения, которые отличаются только знаком  $a$  и, следовательно, могут быть решены одинаково

$$\frac{d^2\eta^2}{dt^2} + \dot{a} \frac{d\eta^2}{dt} + \frac{\dot{a}}{c} B_1 v_{(0)}^2 + \frac{\ddot{a}}{c} (B_1 t + B_2) v_{(0)}^2 = 0, \quad (3.29)$$

$$\frac{d^2\eta^3}{dt^2} - \dot{a} \frac{d\eta^3}{dt} - \frac{\dot{a}}{c} B_1 v_{(0)}^3 - \frac{\ddot{a}}{c} (B_1 t + B_2) v_{(0)}^3 = 0. \quad (3.30)$$

Введём новую переменную  $y = \frac{d\eta^2}{dt}$ . Тогда имеем линейное однородное уравнение 1-го порядка относительно  $y$

$$\dot{y} + \dot{a} y = -\frac{\dot{a}}{c} B_1 v_{(0)}^2 - \frac{\ddot{a}}{c} (B_1 t + B_2) v_{(0)}^2, \quad (3.31)$$

которое имеет решение

$$y = e^{-F} \left( y_0 + \int_0^t g(t) e^F dt \right), \quad F(t) = \int_0^t f(t) dt, \quad (3.32)$$

где  $F(t) = \dot{a}$  и  $g(t) = -\frac{\dot{a}}{c} B_1 v_{(0)}^2 - (B_1 t + B_2) v_{(0)}^2$ . Разлагая показатель степени в ряд по  $y$  (3.32), а затем интегрируя, получаем

$$y = \eta^2 = \dot{\eta}_{(0)}^2 \left[ 1 - A \sin \frac{\omega}{c} (ct + x^1) \right] - \frac{A\omega}{c} v_{(0)}^2 (B_1 t + B_2) \cos \frac{\omega}{c} (ct + x^1) + \frac{A\omega}{c} B_2 v_{(0)}^2. \quad (3.33)$$

Мы интегрируем это уравнение, затем применяем тот же метод для  $\eta^3$ . В результате получаем физически наблюдаемые относительные смещения  $\eta^2$  и  $\eta^3$  в детекторе свободной массы

$$\eta^2 = \eta_{(0)}^2 + \left( \dot{\eta}_{(0)}^2 + \frac{A\omega B_2 v_{(0)}^2}{c} \right) t + \frac{A}{\omega} \left( \dot{\eta}_{(0)}^2 - \frac{v_{(0)}^2}{c} B_1 \right) \times \\ \times \left[ \cos \frac{\omega}{c} (ct + x^1) - 1 \right] - \frac{A v_{(0)}^2}{c} (B_1 t + B_2) \sin \frac{\omega}{c} (ct + x^1), \quad (3.34)$$

$$\eta^3 = \eta_{(0)}^3 + \left( \dot{\eta}_{(0)}^3 - \frac{A\omega B_2 v_{(0)}^3}{c} \right) t - \frac{A}{\omega} \left( \dot{\eta}_{(0)}^3 - \frac{v_{(0)}^3}{c} B_1 \right) \times \\ \times \left[ \cos \frac{\omega}{c} (ct + x^1) - 1 \right] + \frac{A v_{(0)}^3}{c} (B_1 t + B_2) \sin \frac{\omega}{c} (ct + x^1). \quad (3.35)$$

Вместе с  $\dot{\eta}^2$  and  $\dot{\eta}^3$ , получаем физически наблюдаемое относительное смещение  $\eta^1$  (3.25) и физически наблюдаемый временной сдвиг  $\varphi$  (3.24) на концах детектора свободных масс

$$\eta^1 = \dot{\eta}_{(0)}^1 t - \frac{A}{\omega c} \left( v_{(0)}^2 \dot{\eta}_{(0)}^2 - v_{(0)}^3 \dot{\eta}_{(0)}^3 \right) \left[ 1 - \cos \frac{\omega}{c} (ct + x^1) \right] + \eta_{(0)}^1, \quad (3.36)$$

$$\varphi = \dot{\varphi}_{(0)} t + \frac{A}{\omega c} \left( v_{(0)}^2 \dot{\eta}_{(0)}^2 - v_{(0)}^3 \dot{\eta}_{(0)}^3 \right) \left[ 1 - \cos \frac{\omega}{c} (ct + x^1) \right] + \eta_{(0)}^1. \quad (3.37)$$

Наконец, подставляем  $\varphi$  и  $\eta^1$  в  $\varphi + \eta^1 = B_1 t + B_2$  (3.28), чтобы получить константы интегрирования. Мы получаем

$$B_1 = \dot{\varphi}_{(0)} + \dot{\eta}_{(0)}^1, \quad B_2 = \varphi_{(0)} + \eta_{(0)}^1. \quad (3.38)$$

Таким образом, мы получили точные решения  $\varphi$ ,  $\eta^1$ ,  $\eta^2$ ,  $\eta^3$  х.и.-уравнения девиации геодезических в поле гравитационных волн. Исходя из этих точных решений, мы приходим к следующим выводам о детекторе свободных масс:

- 1) Как видно из решений  $\eta^2$  (3.34) и  $\eta^3$  (3.35), гравитационные волны могут заставить концы детектора свободной массы совершать относительные колебания в направлениях  $x^2$  и  $x^3$ , поперечных направлению распространения волны. Однако этот эффект может появиться только в том случае, если детектор изначально движется относительно локального пространства ( $v_{(0)}^2 \neq 0$  или  $v_{(0)}^3 \neq 0$ ) или, наоборот, его концы изначально движутся относительно друг друга ( $\dot{\eta}_{(0)}^2 \neq 0$  или  $\dot{\eta}_{(0)}^3 \neq 0$ ). Например, если концы детектора свободной массы покоятся относительно  $x^2$ , то гравитационная волна, распространяющаяся вдоль  $x^1$ , не может сместить их в направлении  $x^2$ ;
- 2) Решение  $\eta^1$  (3.36) показывает, что гравитационные волны могут заставить концы детектора свободной массы колебательно вибрировать даже в том же направлении, что распространяется волна, если они первоначально двигались относительно локального пространства или относительно друг друга хотя бы в одном из поперечных направлений  $x^2$  и  $x^3$ ;
- 3) Решение  $\varphi$  (3.37) представляет собой сдвиг во времени часов, расположенных на концах детектора свободных масс, вызванный гравитационной волной. Из решения (3.37) видно, что такой эффект может иметь место, если концы детектора изначально движутся как относительно локального пространства, так и относительно друг друга хотя бы в одном из поперечных направлений  $x^2$  и  $x^3$ .

С учётом полученных нами теоретических результатов мы предлагаем новую постановку эксперимента, основанного на детекторе свободной массы:

### **Новый эксперимент (детектор свободных масс)**

Нужно использовать такой детектор свободной массы, в котором два зеркала, удалённые друг от друга, подвешены и вибрируют так, что совершают свободные колебания друг относительно друга ( $\dot{\eta}_{(0)}^i \neq 0$ ) или совместные колебания вдоль параллельных линий ( $v_{(0)}^i \neq 0$ ). Согласно точному решению для

детектора свободной массы, приведённому выше, падающая гравитационная волна вызывает параметрический эффект в основных колебаниях зеркал, который может быть зарегистрирован лазерным дальномером. Кроме того, как и предсказывает решение, в зеркалах возникает временной сдвиг, который может быть зафиксирован синхронизированными часами, расположенными на каждом из зеркал: их десинхронизация означает обнаружение гравитационных волн.

### 3.6 Точное решение для твёрдотельного детектора

Положим, что сила упругости  $\Phi^\alpha = -k_\sigma^\alpha x^\sigma$ , соединяющая две частицы в твёрдотельном детекторе, не зависит от времени ( $k_\sigma^0 = 0$ ). В таком случае х.и.-уравнения движения (3.13) принимают вид

$$(v^2)^2 - (v^3)^2 = 0, \quad (3.39)$$

$$\frac{dv^1}{dt} = -\frac{k_\sigma^1}{m_0} x^\sigma, \quad (3.40)$$

$$\frac{dv^2}{dt} + \dot{a}v^2 = -\frac{k_\sigma^2}{m_0} x^\sigma, \quad (3.41)$$

$$\frac{dv^3}{dt} - \dot{a}v^3 = -\frac{k_\sigma^3}{m_0} x^\sigma, \quad (3.42)$$

где (3.40) означает  $v^1 = v_{(0)}^1 = const$ . Поэтому в таком детекторе

$$v^1 = v_{(0)}^1 = 0, \quad k_\sigma^1 = 0. \quad (3.43)$$

Здесь только два уравнения (3.41) и (3.42) являются существенными (ненулевыми). Они отличаются лишь знаком  $\dot{a}$ , поэтому мы решаем только (3.41).

Пусть твёрдотельный детектор упруг только в двух направлениях, поперечных направлению  $x^1$  распространения гравитационной волны, падающей на детектор. В этом случае коэффициент упругости равен  $k_\sigma^2 = k_\sigma^3 = k = const$ . При этом, так как  $a = A \sin \frac{\omega}{c}(ct + x^1)$  как и в предыдущем случае, и обозначая  $x^2 \equiv x$ ,  $\frac{k}{m_0} = \Omega^2$ ,  $A\omega = -\mu$ , мы приводим (3.41) к виду

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = \mu \cos \frac{\omega}{c}(ct + x^1) \dot{x}, \quad (3.44)$$



где  $\mu$  есть “малый параметр”. Мы решаем это уравнение, используя метод Пуанкаре, известный также как метод малого параметра или метод возмущения: мы рассматриваем правую часть как вынуждающее возмущение гармонического колебания, описываемого левой частью. Это — метод точного решения уравнений, поскольку полученное с его помощью решение представляет собой степенной ряд, разложенный по малому параметру (см. детали этого решения в главе XII, §2 в книге Лефшеца [30]).

Введём новую переменную  $t' = \Omega t$ , чтобы сделать её безразмерной по Лефшецу, и  $\mu' = \frac{\mu}{\Omega}$

$$\ddot{x} + x = \mu' \cos \frac{\omega}{\Omega c} (ct' + \Omega x^1) \dot{x}. \quad (3.45)$$

Общее решение этого уравнения, представимое в виде

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + \mu' \cos \frac{\omega}{\Omega c} (ct' + \Omega x^1) y \quad (3.46)$$

с начальными данными  $x_{(0)}$  и  $y_{(0)}$  при  $t' = 0$  определяется парой рядов (см. книгу Лефшеца)

$$\left. \begin{aligned} x &= P_0(x_{(0)}, y_{(0)}, t') + \mu' P_1(x_{(0)}, y_{(0)}, t') + \dots \\ y &= \dot{P}_0(x_{(0)}, y_{(0)}, t') + \mu' \dot{P}_1(x_{(0)}, y_{(0)}, t') + \dots \end{aligned} \right\} \quad (3.47)$$

Подставляем их в (3.46) и, приравнявая коэффициенты тех же порядков  $\mu'$ , получаем

$$\left. \begin{aligned} \ddot{P}_0 + P_0 &= 0 \\ \ddot{P}_1 + P_1 &= \dot{P}_0 \cos \frac{\omega}{\Omega c} (ct' + \Omega x^1) \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

при изначальных условиях  $P_0(0) = \xi$ ,  $\dot{P}_0(0) = \vartheta$ ,  $P_1(0) = \dot{P}_1(0) = 0$  (где  $n > 0$ ) в изначальный момент времени  $t' = 0$ . Поскольку амплитуда  $A$  (она является частью переменной  $\mu' = -\frac{\omega}{\Omega A}$ ) является малой величиной, мы рассматриваем только первые два уравнения. Первое из них является уравнением гармонических колебаний, которое имеет решение

$$P_0 = \xi \cos t' + \vartheta \sin t', \quad (3.49)$$

а второе уравнение, с учётом этого решения, принимает вид

$$\ddot{P}_1 + P_1 = (-\xi \sin t' + \vartheta \cos t') \cos \frac{\omega}{\Omega c} (ct' + \Omega x^1). \quad (3.50)$$

Это — линейное однородное уравнение. Решение этого уравнения, по Камке (см. часть III, главу II, §2.5 в [31]), имеет вид

$$P_1 = \frac{\vartheta \Omega^2}{2} \left\{ \frac{\cos \left[ (\Omega - \omega)t - \frac{\omega}{c} x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega - \omega)^2} + \frac{\cos \left[ (\Omega + \omega)t + \frac{\omega}{c} x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega + \omega)^2} \right\} - \frac{i\xi \Omega^2}{2} \left\{ \frac{\sin \left[ (\Omega - \omega)t - \frac{\omega}{c} x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega - \omega)^2} + \frac{\sin \left[ (\Omega + \omega)t + \frac{\omega}{c} x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega + \omega)^2} \right\}, \quad (3.51)$$

где в скобках стоят, соответственно, вещественная и мнимая части суммы  $e^{i(\Omega - \omega)t - \frac{\omega}{c} x^1} + e^{i(\Omega + \omega)t + \frac{\omega}{c} x^1}$ . Подставляя это решение в (3.47) и возвращаясь к переменной  $x = x^2$ , мы получаем окончательное решение в области вещественных чисел

$$x^2 = \xi \cos \Omega t + \vartheta \sin \Omega t - \frac{A \omega \Omega \vartheta}{2} \left\{ \frac{\cos \left[ (\Omega - \omega)t - \frac{\omega}{c} x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega - \omega)^2} + \frac{\cos \left[ (\Omega + \omega)t + \frac{\omega}{c} x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega + \omega)^2} \right\}, \quad (3.52)$$

тогда как решение для  $x^3$  отличается лишь знаком  $A$ .

Используя этот результат, мы решаем х.и.-уравнения девиации негеодезических (3.17).

Для рассматриваемой цилиндрической болванки (твёрдотельного детектора) мы полагаем  $v^1 = 0$ ,  $v^2 = v^3$ ,  $\Phi^1 = 0$ ,  $\Phi^2 = -\frac{k}{m_0} \eta^2$ ,  $\Phi^3 = -\frac{k}{m_0} \eta^3$ , где  $v^2 = v^3$  означает, что начальные условия  $\xi$  и  $\vartheta$  одинаковы как для направления  $x^2$ , так и направления  $x^3$ . Таким образом, х.и.-уравнения девиации негеодезических вдоль направлений  $x^0 = ct$  и  $x^1$ , соответственно, имеют вид

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2 \eta^1}{dt^2} = 0, \quad (3.53)$$

поэтому их решения являются тривиальными: мы можем представить их решения как  $\varphi = 0$  и  $\eta^1 = 0$ .

При этом уравнение девиации по направлению  $x^2$  (отличающееся от уравнения по направлению  $x^3$  знаком  $A$ ) имеет вид

$$\frac{d^2\eta^2}{dt^2} + \frac{k}{m_0}\eta^2 = -A\omega \cos \frac{\omega}{c}(ct + x^1) \frac{d\eta^2}{dt}, \quad (3.54)$$

подобный (3.44). Таким образом, мы получаем решения для  $\eta^2$  и  $\eta^3$ , идентичные (3.52). Они имеют вид

$$\begin{aligned} \eta^2 = & \xi \cos \Omega t + \vartheta \sin \Omega t - \\ & - \frac{A\omega\Omega\vartheta}{2} \left\{ \frac{\cos \left[ (\Omega - \omega)t - \frac{\omega}{c}x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega - \omega)^2} + \frac{\cos \left[ (\Omega + \omega)t + \frac{\omega}{c}x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega + \omega)^2} \right\}, \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \eta^3 = & \xi \cos \Omega t + \vartheta \sin \Omega t - \\ & - \frac{A\omega\Omega\vartheta}{2} \left\{ \frac{\cos \left[ (\Omega - \omega)t - \frac{\omega}{c}x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega - \omega)^2} + \frac{\cos \left[ (\Omega + \omega)t + \frac{\omega}{c}x^1 \right]}{\Omega^2 - (\Omega + \omega)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Это — точные решения х.и.-уравнений девиации негеодезических в гравитационно-волновом поле. Эти полученные решения приводят нас к следующим выводам:

- 1) Решения для  $\varphi = const$  и  $\eta^1 = const$  означают, что гравитационная волна, падающая на горизонтально подвешенную твёрдотельную болванку, не меняет вертикальный размер  $\eta^1$  этой болванки и не производит сдвиг времени  $\varphi$  на часах, установленных на её концах;
- 2) Как видно из решений для  $\eta^2$  (3.55) и  $\eta^3$  (3.56), гравитационные волны могут вынудить торцы твёрдотельной болванки совершать относительные колебания, поперечные направлению распространения волн: а) вынужденные относительные колебания с частотой гравитационных волн  $\omega$ ; б) резонансные колебания, которые появляются когда частота гравитационной волны в два раза больше частоты исходных колебаний торцов детектора ( $\omega = 2\Omega$ ). Оба эти эффекта имеют параметрическую природу: они возможны, только если торцы болванки изначально колеблются относительно друг друга ( $\Omega \neq 0$ ). В отсутствие изначального колебания торцов твёрдотельный детектор не реагирует на гравитационные волны.

На основании полученных нами теоретических результатов мы предлагаем новый эксперимент с твёрдотельным детектором:

### **Новый эксперимент (твёрдотельный детектор)**

Нужно использовать такой твёрдотельный детектор (цилиндрическую болванку), который подвешен горизонтально и имеет лабораторно вызванные колебания своего тела так, что там есть относительные колебания его торцов ( $\Omega \neq 0$ ). Такая система, согласно полученному точному решению для твёрдотельного детектора, может иметь параметрический эффект в исходных колебаниях своих торцов, вызванный падающей гравитационной волной, что можно зарегистрировать в виде пьезоэффекта, возникающего в болванке.

### **3.7 Заключение**

Постановка экспериментов по поиску гравитационных волн исходит из уравнения девиации геодезических линий и уравнения девиации негеодезических. Эксперименты Вебера основывались не на точном решении уравнений, а на приближенном анализе того, что можно было ожидать: он ожидал, что плоская слабая волна метрики пространства может сместить две покоящиеся друг относительно друга частицы. Напротив, здесь мы получили точные решения уравнения девиации как свободных, так и пружинно-связанных частиц. Эти решения показывают, что гравитационная волна может сместить частицы в системе из двух частиц только в том случае, если они находятся в движении относительно друг друга или локального пространства (если они покоятся, то никакого эффекта нет). Таким образом, гравитационные волны оказывают параметрическое воздействие на систему из двух частиц. В соответствии с полученными решениями можно предложить модифицированную конструкцию детектора — такую, чтобы он взаимодействовал с гравитационными волнами: а) детектор свободной массы, в котором подвешенные зеркала имеют лабораторно индуцированные исходные колебания друг относительно друга; б) горизонтально подвешенную цилиндрическую болванку, торцы которой совершают исходные относительные колебания, вызываемые лабораторным источником.

---

**4.1 Линии мгновенного перемещения. Нуль-пространство и неквантовая телепортация**

Как известно, базовым пространством-временем общей теории относительности является четырёхмерное псевдориманово пространство, в общем случае — искривлённое, неоднородное, анизотропное, неголономное (вращающееся) и деформирующееся. При этом пространственно-временной интервал  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$ , выраженный через физически наблюдаемые величины, имеет вид

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2, \quad (4.1)$$

где интервал физически наблюдаемого времени имеет вид

$$d\tau = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) dt - \frac{1}{c^2} v_i dx^i, \quad (4.2)$$

где  $w = c^2(1 - \sqrt{g_{00}})$  гравитационный потенциал,  $v_i$  линейная скорость вращения пространства,  $d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k$  квадрат физически наблюдаемого пространственного интервала, и  $h_{ik}$  физически наблюдаемый х.и.-метрический тензор.

Рассмотрим частицу, перемещающуюся на пространственно-временное расстояние  $ds$ . Перепишем  $ds^2$ , основываясь на формуле (4.2). В результате получаем

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad (4.3)$$

где  $v^2 = h_{ik} v^i v^k$ , тогда как  $v^i = \frac{dx^i}{d\tau}$  есть трёхмерная физически наблюдаемая скорость частицы. Таким образом, численное значение пространственно-временного интервала  $ds$  является вещественным

числом при  $v < c$ , равно нулю при  $v = c$ , и является мнимым числом при  $v > c$ .

Согласно формуле для  $ds^2$ , частицы с ненулевыми массами покоя ( $m_0 \neq 0$ ) движутся по вещественным мировым траекториям ( $cd\tau > d\sigma$ ), если они имеют вещественные релятивистские массы, и по мнимым мировым траекториям ( $cd\tau < d\sigma$ ), если их релятивистские массы мнимые (таххионы). Мировые линии обоих этих видов частиц — неизотропные. В обоих случаях релятивистские массы отличны от нуля ( $m \neq 0$ ). Это — частицы вещества.

Безмассовые частицы — частицы с нулевой массой покоя ( $m_0 = 0$ ), имеющие ненулевые релятивистские массы ( $m \neq 0$ ). Такие частицы движутся по мировым траекториям нулевой четырёхмерной длины ( $ds = 0$ ,  $cd\tau = d\sigma \neq 0$ ) со скоростью света. Это — изотропные траектории. Частным случаем безмассовых частиц являются светоподобные частицы — кванты электромагнитного поля (фотоны).

Условием, при котором частица может совершить мгновенное перемещение (*телепортацию*), является обращение в нуль наблюдаемого интервала времени  $d\tau$  (4.2). Таким образом, *условие телепортации*  $d\tau = 0$  согласно (4.2) имеет вид

$$w + v_i u^i = c^2, \quad (4.4)$$

где  $u^i = \frac{dx^i}{dt}$  трёхмерная координатная скорость частицы. Отсюда пространственно-временной интервал, на который мгновенно перемещается эта частица, принимает вид

$$ds^2 = -d\sigma^2 = -\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 + g_{ik} dx^i dx^k \neq 0, \quad (4.5)$$

где  $1 - \frac{w}{c^2} = \frac{v_i u^i}{c^2}$ , так как в данном случае  $d\tau = 0$ .

В таком случае сигнатура (+---) пространственно-временной области обычного наблюдателя принимает вид (-+++ в пространственно-временной области, в которой телепортируется частицы. Таким образом, термины “время” и “трёхмерное пространство” в такой области меняются местами. “Время” телепортирующихся частиц — это “пространство” обычного наблюдателя, и, наоборот, “пространство” телепортирующихся частиц — это “время” обычного наблюдателя.

Такой способ мгновенного перемещения, или мгновенной передачи информации, мы далее будем называть *дальнодействием*. Процесс, при котором частица (посредник взаимодействия) может осуществлять дальнодействие, мы будем называть *неквантовой телепортацией*.

Медиаторами дальнодействия являются нуль-частицы, т.е. частицы, населяющие полностью вырожденное пространство-время (мы назвали его *нуль-пространством*, см. §1.4 главы 1).

Как только частица вошла через “врата” в нуль-пространство в одном месте нашего обычного пространства, она может быть мгновенно соединена с другой частицей, которая одновременно вошла в другие “врата” нуль-пространства в другом удалённом месте. С точки зрения обычного “внешнего” наблюдателя такая связь реализуется мгновенно. Между тем, внутри самого нуль-пространства полностью вырожденные частицы переносят взаимодействие между этими двумя точками с координатными скоростями  $u^i$ , не превышающими скорости света.

Таким образом, мы заключаем, что мгновенная передача информации естественным образом разрешена в рамках общей теории относительности, несмотря на то, что реальные скорости частиц не превышают скорость света. Это — всего лишь “пространственно-временной трюк”, реализующийся благодаря геометрии и топологии пространства-времени: мы видим только, что информация передаётся мгновенно, тогда как она переносится частицами не быстрее скорости света в другом пространстве, которое кажется нам, “внешним” наблюдателям, таким, в котором все интервалы времени и все трёхмерные пространственные интервалы равны нулю\*.

Сначала рассмотрим вещественные частицы. Как легко видеть, мгновенное перемещение (телепортация) таких частиц происходит по мировым траекториям, для которых справедливо  $ds^2 = -d\sigma^2 \neq 0$ . Таким образом, эти траектории, представленные в терминах физически наблюдаемых величин, являются чисто пространственными

---

\*Наиболее полное теоретическое исследование условия телепортации в пространствах различных метрик, включая реальную возможность неквантовой телепортации в наземной лаборатории с использованием сильного электромагнитного поля, дано в нашей недавней статье: Rabounski D. and Borissova L. Non-quantum teleportation in a rotating space with a strong electromagnetic field. *Progress in Physics*, 2022, vol. 18, no. 1, 31–49.

линиями мнимой трёхмерной длины  $d\sigma$ , хотя в идеальных мировых координатах  $t$  и  $x^i$  эти траектории четырёхмерны (4.5). В частном случае, когда пространство не вращается ( $v_i = 0$ ) или линейная скорость его вращения  $v_i$  ортогональна координатной скорости  $u^i$  телепортирующейся частицы (их скалярное произведение равно  $v_i u^i = |v_i||u^i| \cos(v_i; u^i) = 0$ ), вещественные частицы могут быть телепортированы только если происходит гравитационный коллапс ( $w = c^2$ ). В этом случае мировые траектории телепортации, взятые в идеальных мировых координатах, также становятся чисто пространственными  $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ .

Второй случай — это безмассовые светоподобные частицы (например, фотоны). Такие частицы можно телепортировать по мировым траекториям в пространстве, обладающем метрикой

$$ds^2 = -d\sigma^2 = -\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 + g_{ik} dx^i dx^k = 0, \quad (4.6)$$

потому что для фотонов  $ds^2 = 0$  по определению. В результате мы видим, что пространство телепортации фотонов характеризуется условиями  $ds^2 = 0$  и  $d\sigma^2 = c^2 d\tau^2 = 0$ .

Полученное условие телепортации фотонов (4.6) аналогично уравнению светового конуса  $c^2 d\tau^2 - d\sigma^2 = 0$ , где  $d\sigma \neq 0$  и  $d\tau \neq 0$ . Это уравнение описывает световой конус, элементами которого являются мировые траектории безмассовых (светоподобных) частиц\*. Таким образом, телепортирующиеся фотоны на самом деле движутся по траекториям, которые являются элементами конуса, подобного световому конусу.

Рассматривая условие телепортации фотонов (4.6) с точки зрения обычного наблюдателя, мы можем видеть тот очевидный факт, что в таком случае наблюдаемая пространственная метрика  $d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k$  становится вырожденной:  $h = \det \|h_{ik}\| = 0$ . Этот случай фактически означает вырожденный световой конус. Принимая во внимание соотношение  $g = -hg_{00}$  [3–5], мы заключаем, что четырёхмерная метрика  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$  в данном случае становится тоже вырожденной:  $g = \det \|g_{\alpha\beta}\| = 0$ . Последнее означает, что сигнатурные условия, определяющие псевдориманово пространство,

\*В отличие от уравнения обычного светового конуса, уравнение вырожденного светового конуса (4.6) выражено в идеальных координатах  $t$  и  $x^i$ , а не в терминах физически наблюдаемых величин.



нарушаются, поэтому телепортация фотонов происходит вне базового пространства-времени общей теории относительности. Такое полностью вырожденное пространство-время, рассмотренное ранее в §1.4 и §1.5 главы 1 этой книги, мы назвали *нуль-пространством*, поскольку с точки зрения обычного наблюдателя все пространственные и временные интервалы в нём равны нулю.

При условиях  $d\tau = 0$  и  $d\sigma = 0$  наблюдаемая релятивистская масса  $m$  и частота  $\omega$  обращаются в нуль. Таким образом, с точки зрения обычного наблюдателя любая частица, находящаяся в нуль-пространстве (в частности, телепортирующийся фотон), имеющая нулевую массу покоя  $m_0 = 0$ , предстаёт как имеющая нулевую релятивистскую массу  $m = 0$  и частоту  $\omega = 0$ . Поэтому частицы такого рода можно считать предельным случаем безмассовых (светоподобных) частиц.

В §1.4 мы ввели термин *нуль-частицы* для всех частиц, находящихся в нуль-пространстве.

Согласно корпускулярно-волновому дуализму каждую частицу можно представить как волну. В рамках этой концепции каждая массовая частица определяется своим четырёхмерным волновым вектором  $K_\alpha = \frac{\partial\psi}{\partial x^\alpha}$ , где  $\psi$  есть фаза волны, известная также как эйконал. Уравнение эйконала  $K_\alpha K^\alpha = 0$  [2], устанавливающее факт неизменности длины четырёхмерного вектора в четырёхмерном псевдоримановом пространстве, для обычных безмассовых светоподобных частиц (обычных фотонов) превращается в уравнение бегущей волны (подробности см. в §1.3)

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial\psi}{\partial t} \right)^2 - h^{ik} \frac{\partial\psi}{\partial x^i} \frac{\partial\psi}{\partial x^k} = 0. \quad (4.7)$$

Как мы получили в §1.5 главы 1, уравнение эйконала в нуль-пространстве принимает вид

$$h^{ik} \frac{\partial\psi}{\partial x^i} \frac{\partial\psi}{\partial x^k} = 0, \quad (4.8)$$

потому что там  $\omega = \frac{\partial\psi}{\partial t} = 0$  и, таким образом, временной член уравнения равен нулю. Это — уравнение стоячей волны. Поэтому все частицы, находящиеся в нуль-пространстве, представляются обычному наблюдателю нашего мира *стоячими световыми волнами*, а

всё нуль-пространство представляется ему системой стоячих световых волн (*светоподобной голограммой*). Это означает, что эксперимент по обнаружению неквантовой телепортации фотонов должен быть связан со стационарным (остановленным) светом.

В итоге мы заключаем, что мгновенные перемещения частиц естественным образом разрешены в пространстве-времени общей теории относительности. Как было показано, телепортация вещественных частиц и фотонов реализуется в различных областях пространства-времени. Но было бы ошибкой думать, что телепортация требует ускорения вещественной частицы до сверхсветовых скоростей (становясь тахионом), в то время как фотон должен быть ускорен до бесконечной скорости. Нет — как легко видеть из условия телепортации  $w + v_i u^i = c^2$ , если присутствует сильный гравитационный потенциал и пространство вращается со скоростью, близкой к скорости света, вещественные частицы могут телепортироваться с обычными досветовыми скоростями. Фотоны могут достичь состояния телепортации легче, потому что они изначально движутся со скоростью света. С точки зрения обычного наблюдателя, как только условие телепортации реализуется в окрестности движущейся частицы, частица “исчезает”, хотя и продолжает своё движение с досветовой (или световой) координатной скоростью  $u^i$  в другой, невидимой для нас области пространства-времени. Затем, если её скорость понизится или если что-то ещё нарушит условие телепортации (например, понижение гравитационного потенциала или линейной скорости вращения пространства), она “появляется” в тот же наблюдаемый момент в другой точке нашего наблюдаемого пространства на том расстоянии и в том направлении, в котором она двигалась.

Нет никакой проблемы в том, чтобы телепортация фотонов осуществлялась по полностью вырожденным мировым траекториям ( $g = 0$ ) вне основного псевдориманова пространства ( $g < 0$ ). С другой стороны, траектории телепортации вещественных частиц строго невырождены ( $g < 0$ ), поэтому эти мировые линии расположены в псевдоримановом пространстве. Это не представляет проблемы, поскольку в любой точке псевдориманова пространства можно провести касательное пространство к  $g \leq 0$ , состоящее из обычного псевдориманова пространства ( $g < 0$ ) и нуль-пространства ( $g = 0$ ) как двух разных областей одного и того же многообразия. Про-

странство, в котором  $g \leq 0$ , является естественным обобщением базового пространства-времени общей теории относительности, допускающим неквантовую телепортацию как фотонов, так и вещественных частиц.\*

До сегодняшнего дня объяснение телепортации давала только квантовая механика. [32] Ранее это уже было сделано чисто квантовым способом — квантовая телепортация фотонов была впервые осуществлена в 1998 году [33], а атомов — в 2004 году [34, 35]. Теперь ситуация меняется: с помощью нашей теории мы можем найти физические условия для телепортации фотонов неквантовым способом, который обусловлен не вероятностными законами квантовой механики, а в соответствии с точными (неквантовыми) законами общей теории относительности, следующей из геометрии пространства-времени. Поэтому мы предлагаем называть это явление *неквантовой телепортацией*.

Единственное отличие состоит в том, что с точки зрения обычного наблюдателя длина любого параллельно переносимого вектора остаётся неизменной. Это — также “наблюдаемая истина” для векторов в области нуль-пространства, потому что обычный наблюдатель представляет себе всё в терминах своего псевдориманова пространства. Так, уравнение эйконала в нуль-пространстве, выраженное в наблюдаемых мировых координатах обычного наблюдателя, имеет вид  $K_\alpha K^\alpha = 0$ . С другой стороны, метрика нуль-пространства  $ds^2 = -\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 + g_{ik} dx^i dx^k = 0$  вырождена в трёхмерную метрику  $d\mu^2$ , которая не является инвариантной

$$d\mu^2 = g_{ik} dx^i dx^k = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 \neq inv. \quad (4.9)$$

В результате метрики нуль-пространства, четырёхмерный вектор, скажем, координатный вектор скорости  $U^\alpha$ , вырождается в нуль-пространстве в трёхмерный пространственный вектор  $U^i$ , а длина вектора при его переносе параллельно самому себе не оста-

---

\* Любое риманово пространство имеет строго невырожденную метрику ( $g < 0$ ) по определению. Псевдоримановы пространства являются частным случаем римановых пространств, где метрика знакопеременна. Эйнштейн выбрал четырёхмерное псевдориманово пространство с сигнатурой  $(+---)$  или  $(-+++)$  в качестве основы для своей теории. Следовательно, базовое пространство-время общей теории относительности имеет строго невырожденную метрику ( $g < 0$ ).

ётся неизменной

$$U_i U^i = g_{ik} U^i U^k = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 \neq const. \quad (4.10)$$

Это означает, что хотя наблюдаемая геометрия внутри нуль-пространства является римановой для обычного наблюдателя, реальная геометрия в нуль-пространстве не является римановой.

В связи с этими результатами важно помнить о “принципе бесконечной относительности”, введённом Зельмановым. На основе своих исследований по релятивистской космологии, он пришёл к следующему выводу [36–38]:

### **Зельмановский принцип бесконечной относительности**

В однородных изотропных космологических моделях бесконечность пространства Вселенной зависит от нашего выбора той системы отсчёта, из которой мы наблюдаем Вселенную (система отсчёта наблюдателя). Если трёхмерное пространство Вселенной, наблюдаемое в одной системе отсчёта, бесконечно, то оно может быть конечным в другой системе отсчёта. То же самое верно и для времени, в течение которого развивается Вселенная.

Здесь мы подошли к “конечному принципу относительности”. Как мы показали, из-за различия между физически наблюдаемыми мировыми координатами и идеальными мировыми координатами, одни и те же пространственно-временные области могут сильно различаться, будучи определёнными в каждой из систем отсчёта. Таким образом, в наблюдаемых мировых координатах область нуль-пространства является точкой ( $d\tau = 0$ ,  $d\sigma = 0$ ), тогда как  $d\tau = 0$  и  $d\sigma = 0$  в идеальных мировых координатах преобразуются в уравнение  $-\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 + g_{ik} dx^i dx^k = 0$ , которое представляет собой уравнение четырёхмерного конуса, подобное уравнению светового конуса  $c^2 dt^2 - d\sigma^2 = 0$ . Здесь действует “конечный принцип относительности” для наблюдаемых объектов: наблюдаемая точка — это всё пространство, рассмотренное в идеальных координатах.

## **4.2 Геометрическая структура нуль-пространства**

Как мы получили, обычный вещественный наблюдатель воспринимает всё нуль-пространство как область, определяемую на-

блюдаемыми условиями вырождения, которые имеют вид  $d\tau = 0$  и  $d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k = 0$  (подробнее см. §1.4).

Физический смысл первого условия  $d\tau = 0$  состоит в том, что вещественный наблюдатель воспринимает любые два события в нуль-пространстве как одновременные, на каком бы расстоянии они ни находились друг от друга. Такой способ мгновенного распространения информации называется дальнодействием.

Второе условие  $d\sigma^2 = 0$  означает отсутствие наблюдаемого расстояния между событием и наблюдателем. Такая “суперпозиция” наблюдателя и наблюдаемого объекта возможна только, если мы предположим, что наше обычное четырёхмерное псевдориманово пространство совпадает со всем нуль-пространством в каждой точке (как если бы оно было “начинено” нуль-пространством).

Обратимся теперь к математической интерпретации условий вырождения.

Величина  $c d\tau$  является х.и.-проекцией четырёхмерного координатного интервала  $dx^\alpha$  на линию времени:  $c d\tau = b_\alpha dx^\alpha$ . Собственный мировой вектор наблюдателя  $b^\alpha$  по определению не равен нулю и  $dx^\alpha$  также не равно нулю. Тогда  $d\tau = 0$  выполняется при  $d\sigma^2 = 0$ , только если пространственно-временная метрика  $ds^2 = c^2 d\tau^2 - d\sigma^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$  является вырожденной, т.е. определитель фундаментального метрического тензора равен нулю

$$g = \det \|g_{\alpha\beta}\| = 0. \quad (4.11)$$

Аналогично, условие  $d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k = 0$  означает, что в этой области наблюдаемая трёхмерная метрика вырождена

$$h = \det \|h_{ik}\| = 0. \quad (4.12)$$

Подставив условия полного вырождения пространства-времени  $w + v_i u^i = c^2$  и  $g_{ik} dx^i dx^k = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2$  в  $d\sigma^2 = h_{ik} dx^i dx^k = 0$ , мы получаем метрику нуль-пространства

$$ds^2 = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 - g_{ik} dx^i dx^k = 0. \quad (4.13)$$

Следовательно, в нуль-пространстве (с точки зрения “внутреннего” наблюдателя) трёхмерное пространство голономно, а вращение нуль-пространства присутствует во временной составляющей

его метрики

$$\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 = \left(\frac{v_i u^i}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2. \quad (4.14)$$

Если  $w = c^2$  (условие гравитационного коллапса), метрика нуль-пространства (4.13) принимает вид

$$ds^2 = -g_{ik} dx^i dx^k = 0, \quad (4.15)$$

т.е. пространственно-временная метрика становится трёхмерной, а трёхмерное пространство также становится вырожденным

$$g_{(3D)} = \det \|g_{ik}\| = 0. \quad (4.16)$$

Здесь условие  $g_{(3D)} = 0$  возникает из-за того, что  $g_{ik} dx^i dx^k$  знакоопределённо, поэтому может обращаться в нуль только в том случае, если определитель трёхмерного метрического тензора  $g_{ik}$  равен нулю.

Поскольку в нуль-пространстве  $w + v_i u^i = c^2$ , при гравитационном коллапсе в нуль-пространстве выполняется условие  $v_i u^i = 0$ .

Величину  $v_i u^i = v u \cos(v_i; u^i)$ , являющуюся скалярным произведением линейной скорости вращения пространства и координатной скорости нуль-частицы, мы будем называть *хиральностью нуль-частицы*. Возможны три случая хиральности нуль-частиц:

- 1) Если хиральность нуль-частицы  $v_i u^i > 0$ , тогда угол  $\alpha$  между  $v_i$  и  $u^i$  находится в пределах  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Так как второе условие вырождения  $g_{ik} u^i u^k = c^2 \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2$  означает  $u = c \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)$ , то гравитационный потенциал в этом случае  $w < c^2$ . Это — случай обычного гравитационного поля;
- 2) Если хиральность нуль-частицы  $v_i u^i < 0$ , тогда угол  $\alpha$  находится в пределах диапазона  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , так что мы имеем  $w > c^2$ , что означает сверх-сильное гравитационное поле;
- 3) Хиральность нуль-частицы равна нулю ( $v_i u^i = 0$ ), только если  $\alpha = \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$  или  $w = c^2$  (гравитационный коллапс). Следовательно, хиральность нуль-частицы равна нулю или если скорость частицы ортогональна скорости вращения пространства, или если имеет место состояние гравитационного коллапса в нуль-пространстве (так как при гравитационном коллапсе модуль координатной скорости частицы равен нулю  $u = 0$ ).

Чтобы получить наглядное представление о геометрии нуль-пространства, мы используем локально геодезическую систему отсчёта (см. подробности в §1.14).

Сначала рассмотрим геометрическую структуру изотропного (светоподобного) пространства. Оно характеризуется условием  $c^2 d\tau^2 = d\sigma^2 \neq 0$ . Согласно этому условию время и обычное трёхмерное пространство совпадают. Геометрически это означает, что базисный вектор времени  $\vec{e}_{(0)}$  совпадает со всеми тремя пространственными базисными векторами  $\vec{e}_{(i)}$ , т.е. время “падает” в пространство (этот факт не означает, что пространственные базисные векторы совпадают, поскольку базисный вектор времени один и тот же для всей пространственной системы отсчёта). Другими словами,  $\cos(x^0; x^k) = \pm 1$  везде в изотропном пространстве. При  $\cos(x^0; x^i) = +1$  базисный вектор времени сонаправлен с пространственными:  $\vec{e}_{(0)} \uparrow \vec{e}_{(i)}$ . Если  $\cos(x^0; x^i) = -1$ , то базисные векторы времени и пространства направлены в противоположные стороны:  $\vec{e}_{(0)} \downarrow \vec{e}_{(i)}$ . Условие  $\cos(x^0; x^k) = \pm 1$  можно выразить через гравитационный потенциал  $w = c^2(1 - \sqrt{g_{00}})$ , поскольку в общем случае  $e_{(0)} = \sqrt{g_{00}}$  (1.216). Итого, мы получаем геометрические условия, характеризующие изотропное пространство. Они имеют вид

$$\cos(x^0; x^k) = \pm 1, \quad e_{(i)} = e_{(0)} = \sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2}, \quad (4.17)$$

и, следовательно,

$$v_i = \mp c e_{(i)} = \mp \sqrt{g_{00}} c_i = \mp \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) c_i, \quad (4.18)$$

$$h_{ik} = \left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 [1 - \cos(x^i; x^k)], \quad (4.19)$$

где  $c^i$  есть трёхмерный х.и.-вектор физически наблюдаемой скорости света, для которого  $c_i c^i = h_{ik} c^i c^k = c^2$ .

Изотропное пространство существует в любой точке четырёхмерного обычного пространства в виде светового конуса — гиперповерхности, метрика которой равна

$$g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = 0, \quad (4.20)$$

или, в расширенном виде,

$$\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 - 2\left(1 - \frac{w}{c^2}\right) v_i dx^i dt + g_{ik} dx^i dx^k = 0, \quad (4.21)$$

по формулам для гравитационного потенциала  $w = c^2(1 - \sqrt{g_{00}})$  и линейной скорости вращения пространства  $v_i = -\frac{c g_{0i}}{\sqrt{g_{00}}}$ .

Это — подпространство четырёхмерного пространства, в котором находятся безмассовые (светоподобные) частицы, движущиеся со скоростью света. Поскольку пространственно-временной интервал в такой области равен нулю, все четырёхмерные направления внутри неё равны (иными словами, изотропны). Поэтому это подпространство обычно называют *изотропным конусом*.

Обратимся теперь к геометрической структуре нуль-пространства. Поскольку  $w$  и  $v_i$ , записанные в базисной форме (см. §1.14), имеют вид  $w = c^2(1 - e_{(0)})$  и  $v_i = -c e_{(i)} \cos(x^0; x^i)$ , условие полного вырождения  $w + v_i u^i = c^2$  в базисной форме записывается в виде

$$c e_{(0)} = -e_{(i)} u^i \cos(x^0; x^i). \quad (4.22)$$

Размерность пространства определяется числом присутствующих в нём линейно независимых базисных векторов. В нашей формуле (4.22), являющейся базисной записью условия  $w + v_i u^i = c^2$ , базисный вектор времени линейно зависит от всех пространственных базисных векторов. Это означает фактическое вырождение пространства-времени. Следовательно, нашу формулу (4.22) можно рассматривать как *геометрическое условие полного вырождения пространства-времени*.

Поскольку четырёхмерная метрика также равна нулю в нуль-пространстве, такое пространство существует в любой точке изотропного (светового) конуса как полностью вырожденное его подпространство. Такой *полностью вырожденный изотропный конус* описывается несколько другим уравнением

$$\left(1 - \frac{w}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 - g_{ik} dx^i dx^k = 0, \quad (4.23)$$

или, в силу условия полного вырождения  $w + v_i u^i = c^2$ , уравнением

$$\frac{v_i v_k u^i u^k}{c^2} dt^2 - g_{ik} dx^i dx^k = 0. \quad (4.24)$$

Отличие такого полностью вырожденного изотропного конуса от обычного изотропного (светового) конуса состоит в том, что первый удовлетворяет условию полного вырождения  $w + v_i u^i = c^2$ . Следовательно, физические условия внутри нуль-пространства пред-



ставляют собой предельно вырожденный случай условий обычного изотропного (светоподобного) пространства, которое является пространством фотонов. Иными словами, дальное действие переносится особыми *полностью вырожденными фотонами*, существующими в физических условиях полного вырождения.

Поскольку  $v_i$  выражается как в случае полностью вырожденного изотропного конуса, так и обычного изотропного (светового) конуса в одной и той же форме (4.18), мы приходим к следующему важному выводу:

Полностью вырожденный изотропный конус является конусом вращения со скоростью света так же, как и обычный изотропный конус. Другими словами, нуль-пространство вращается в каждой своей точке с линейной скоростью, равной скорости света. Его вращение становится медленнее света при наличии гравитационного потенциала.

Этот вывод — точно такой же, как и в нашем предыдущем исследовании [39].

Наконец, мы заключаем, что обычный изотропный (световой) конус содержит в себе вырожденный изотропный конус, являющийся всем нуль-пространством, как вложенное в него в каждой своей точке подпространство. Это — яркая иллюстрация фрактальной структуры мира, представленной здесь как система изотропных конусов, вложенных друг в друга.

### 4.3 Гравитационный коллапс в нуль-пространстве. Вырожденные чёрные дыры

Как известно, *гравитационный коллапсар* или *чёрная дыра* — это локальная область пространства (пространства-времени), в которой выполняется условие  $g_{00} = 0$ . Поскольку гравитационный потенциал определяется как  $w = c^2(1 - \sqrt{g_{00}})$ , условие гравитационного коллапса  $g_{00} = 0$  означает, что гравитационный потенциал равен  $w = c^2$  в области коллапса. Мы собираемся рассмотреть, как это условие может быть реализовано в нуль-пространстве.

Как упоминалось выше, первым условием полного вырождения является  $w + v_i u^i = c^2$ . Согласно условию, если  $v_i u^i = 0$  в локальной области нуль-пространства, то гравитационный потенциал в этой области равен  $w = c^2$ . Это означает, что в случае  $v_i u^i = 0$  гравита-

ционный потенциал достаточно силён, чтобы привести локальную область нуль-пространства в состояние гравитационного коллапса. Мы предлагаем называть такую область *полностью вырожденным гравитационным коллапсаром* или, что то же самое, *полностью вырожденной чёрной дырой*.

Второе условие полного вырождения в этом случае принимает вид  $g_{ik} dx^i dx^k = 0$ . Вместе с предыдущим это означает, что в полностью вырожденных чёрных дырах реализуются три физических и геометрических условия

$$w = c^2, \quad v_i u^i = 0, \quad g_{ik} dx^i dx^k = 0, \quad (4.25)$$

физический смысл которых таков:

- 1) Гравитационный потенциал внутри полностью вырожденных чёрных дыр достаточно силён, чтобы остановить обычное вращение нуль-пространства со скоростью света, т.е.

$$v_i = \mp c e_{(i)} = \mp \sqrt{g_{00}} c_i = \mp \left(1 - \frac{w}{c^2}\right) c_i = 0; \quad (4.26)$$

- 2) В этом случае базисный вектор времени  $\vec{e}_{(0)}$  имеет нулевую длину (все интервалы времени равны нулю внутри полностью вырожденных чёрных дыр)

$$e_{(0)} = \sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2} = 0; \quad (4.27)$$

- 3) В нуль-пространстве выполняется условие  $\cos(x^0; x^k) = \pm 1$ : базисный вектор времени  $\vec{e}_{(0)}$  совпадает со всеми тремя пространственными базисными векторами  $\vec{e}_{(i)}$  (время “падает” в пространство). Следовательно, предыдущее условие  $e_{(0)} = 0$  означает, что все три трёхмерные (пространственные) базисные вектора  $\vec{e}_{(i)}$  имеют нулевую длину внутри полностью вырожденных чёрных дыр, т.е.

$$e_{(i)} = e_{(0)} = \sqrt{g_{00}} = 1 - \frac{w}{c^2} = 0; \quad (4.28)$$

- 4) Условие  $e_{(i)} = 0$  означает, что все трёхмерное пространство внутри полностью вырожденных чёрных дыр стягивается в точку (все трёхмерные интервалы координат равны  $dx^i = 0$ ). Следовательно, третье условие  $g_{ik} dx^i dx^k = 0$  внутри полностью вырожденных чёрных дыр (4.25) обусловлено  $dx^i = 0$ .

Таким образом, полностью вырожденные чёрные дыры представляют собой точечные объекты, которые удерживают свет внутри себя за счёт собственной чрезвычайно сильной гравитации. Другими словами, они являются “абсолютно чёрными дырами” из всех гравитационных коллапсаров, теоретически мыслимых в соответствии с общей теорией относительности.

#### 4.4 Нуль-частицы как виртуальные фотоны. Геометрическая интерпретация диаграмм Фейнмана

Как известно, диаграммы Фейнмана представляют собой графическое описание различных взаимодействий между элементарными частицами. На диаграммах хорошо видно, что реальными носителями взаимодействий являются виртуальные частицы. Другими словами, почти все физические процессы основаны на излучении и поглощении виртуальных частиц (например, виртуальных фотонов) реальными частицами нашего мира.

Ещё одним примечательным свойством диаграмм Фейнмана является то, что они способны описывать частицы (например, электроны) и античастицы (например, позитроны) одновременно. Так позитрон представлен как электрон, который движется назад во времени.

Согласно квантовой электродинамике, взаимодействие частиц в каждой точке ветвления диаграмм Фейнмана сохраняет четырёхмерный импульс. Это даёт нам возможность для геометрической интерпретации диаграмм Фейнмана в рамках общей теории относительности.

На самом деле, в четырёхмерном псевдоримановом пространстве, которое является базовым пространством-временем общей теории относительности, следующие объекты могут получить корректные формальные определения:

- 1) Массовые частицы — частицы, массы покоя которых отличны от нуля ( $m_0 \neq 0$ ), а траектории движения неизотропны ( $ds \neq 0$ ). Это — досветовые массовые частицы (вещественные частицы) и сверхсветовые массовые частицы (тахионы). Массовые частицы включают в себя варианты как частиц, так и античастиц, реализующие движение из прошлого в будущее и из будущего в прошлое соответственно;

- 2) Безмассовые частицы — частицы с нулевыми массами покоя ( $m_0 = 0$ ), но ненулевыми релятивистскими массами ( $m \neq 0$ ). Такие частицы движутся по изотропным траекториям ( $ds = 0$ ) со скоростью света. Это — светоподобные частицы, в частности, фотоны. Безмассовые частицы также включают в себя как частицы, так и античастицы;
- 3) Нуль-частицы — частицы, имеющие нулевую массу покоя и нулевую релятивистскую массу, и движущиеся по траекториям в полностью вырожденном пространстве-времени (нуль-пространстве). С точки зрения обычного наблюдателя в нашем мире, физически наблюдаемое время для нуль-частиц останавливается. Таким образом, для нуль-частиц варианты частиц и античастиц становятся бессмысленными.

Следовательно, чтобы дать геометрическую интерпретацию диаграмм Фейнмана в пространстве-времени общей теории относительности, нам нужно только формальное определение виртуальных частиц. Вот как это сделать.

Согласно квантовой электродинамике, виртуальные частицы — это те, для которых, в отличие от обычных частиц, не выполняется обычное соотношение между энергией и импульсом

$$E^2 - c^2 p^2 = E_0^2 \quad (4.29)$$

где  $E = mc^2$ ,  $p^2 = m^2 v^2$  и  $E_0 = m_0 c^2$ . Другими словами, для виртуальных частиц должно быть

$$E^2 - c^2 p^2 \neq E_0^2. \quad (4.30)$$

В псевдоримановом пространстве верно обычное соотношение (4.29). Из условия  $P_\alpha P^\alpha = m_0^2 = const \neq 0$  для массовых частиц (неизотропных траекторий), и из условия  $P_\alpha P^\alpha = 0$  для безмассовых частиц (изотропных траекторий), подставляя соответствующие компоненты вектора импульса  $P^\alpha$ , мы получаем обычное соотношение между энергией и импульсом для массовых частиц в х.и.-форме

$$E^2 - c^2 m^2 v_i v^i = E_0^2, \quad (4.31)$$

а также для безмассовых частиц  $E^2 - c^2 m^2 v_i v^i = 0$ , т.е.

$$h_{ik} v^i v^k = c^2. \quad (4.32)$$

Но это соотношение неверно в полностью вырожденном пространстве (нуль-пространстве). Это связано с тем, что метрика нуль-пространства  $d\mu^2$  (4.9) не является инвариантной:  $d\mu^2 \neq inv$ . В результате, с точки зрения находящегося в нем гипотетического наблюдателя, вырожденный вектор четырёхмерной скорости, переносимый параллельно самому себе, не сохраняет своей длины:  $U_\alpha U^\alpha \neq const$  (4.10). Следовательно, для нуль-частиц выполняется не обычное соотношение между энергией и импульсом  $E^2 - c^2 p^2 = const$  (4.29), а другое соотношение типа  $E^2 - c^2 p^2 \neq const$  (4.30). Поскольку последнее является основным свойством виртуальных частиц, мы приходим к выводу:

Нуль-частицы могут играть роль виртуальных частиц, которые, согласно квантовой электродинамике, являются материальными носителями взаимодействия между обычными частицами нашего мира. Если это так, то всё нуль-пространство представляет собой “обменный буфер”, через который нуль-частицы передают взаимодействия между обычными массовыми и безмассовыми частицами нашего мира.

Как мы получили в §4.2, нуль-частицы — это полностью вырожденные фотоны. Они также могут существовать в сколлапсировавшей области нуль-пространства, где выполняется условие гравитационного коллапса (см. §4.3). Следовательно, мы можем предположить существование виртуальных частиц двух видов:

- 1) Виртуальные фотоны — обычные полностью вырожденные фотоны;
- 2) Виртуальные коллапсары — полностью вырожденные фотоны, местоположением которых являются сколлапсировавшие области нуль-пространства.

В результате мы приходим к выводу, что все взаимодействия между обычными массовыми и безмассовыми частицами в базовом пространстве-времени общей теории относительности (четырёхмерном псевдоримановом пространстве) осуществляются через *буфер обмена*, в качестве которого выступает нуль-пространство. Материальными носителями взаимодействий внутри такого буфера являются виртуальные частицы двух вышеупомянутых видов.

В §1.5 главы 1, рассматривая частицы в рамках корпускулярно-волнового дуализма мы получили, что уравнение эйконала для нуль-

частиц является уравнением стоячей волны остановившегося света (1.130). Следовательно, виртуальные частицы на самом деле являются *стоячими световыми волнами*, а взаимодействие между обычными частицами в нашем обычном пространстве-времени передаётся через систему стоячих светоподобных волн (*голограмм стоячего света*), которая заполняет весь этот буфер обмена (нуль-пространство).

Всё, что мы здесь получили, является на данный момент единственным объяснением виртуальных частиц и виртуальных взаимодействий, даваемым геометрическими методами общей теории относительности в соответствии с геометрической структурой четырёхмерного пространства (пространства-времени). Возможно, именно этот метод позволит создать связь между квантовой электродинамикой и общей теорией относительности.

#### 4.5 Замороженный свет

Летом 2000 г. Лена В. Хау, которая с начала 1990-х годов в Гарвардском университете проводила многолетние эксперименты по замедлению света, впервые получила замедление света до состояния покоя. В её эксперименте свет накапливался в течение миллисекунд в ультрахолодных атомах натрия (в газовом облаке атомов, охлаждённых до миллионной доли градуса абсолютного нуля). Это состояние было названо *замороженный свет* или *остановленный свет*. Антология всех её экспериментов приведена в её публикациях [42–46]. После первого успеха 2000 г. Лена Хау всё ещё продолжает свои исследования: в 2009 году в её лаборатории свет был остановлен на 1,5 секунды [47].

Затем эксперимент с замороженным светом в течение года апробировали две другие группы экспериментаторов. Группа под руководством Рональда Л. Уолсворта и Михаила Д. Лукина из Гарвард-Смитсоновского центра астрофизики остановила свет в газе при комнатной температуре [48]. В экспериментах, проведённых Филипом Р. Хеммером в Исследовательской лаборатории ВВС США в Хэнскоме (Массачусетс), свет был остановлен в охлаждённом твёрдом теле [49].

Лучший обзор всех экспериментов на эту тему был дана сама Лена Хау в статье *Frozen Light*, впервые опубликованной в 2001 году

в *Scientific American* [45]. Затем расширенная версия этой статьи была перепечатана в 2003 г. в специальном выпуске журнала [46].

С другой стороны, проблема застывшего света была решена нашим теоретическим исследованием 1990-х годов, которое проводилось независимо от экспериментаторов (мы ничего не знали об этих экспериментах до января 2001 г., когда первый успех в остановке света был широко разрекламирован в научной прессе). Наша задача состояла в том, чтобы выявить, какие виды частиц теоретически могут существовать в пространстве (пространстве-времени) общей теории относительности. Подробности см. в главе 1 этой книги. Мы получили, что кроме массовых и безмассовых (светоподобных) частиц могут существовать и частицы третьего рода. Такие частицы (мы назвали их *нуль-частицами*) обитают в пространстве с полностью вырожденной метрикой, которое является предельным случаем светоподобного (частично вырожденного) пространства. Это означает, что нуль-частицы являются предельным случаем фотонов: другими словами, они являются полностью вырожденными фотонами. Нуль-частицы могут существовать как в обычных регионах, так и в сколлапсировавших областях полностью вырожденного пространства. В последнем случае они существуют в условиях гравитационного коллапса. С точки зрения обычного наблюдателя, полностью вырожденное пространство (*нуль-пространство*) выглядит как локальный объём, в котором все наблюдаемые интервалы времени и все трёхмерные наблюдаемые интервалы равны нулю. Как только фотон вошёл в такие “врата” нуль-пространства в одном месте нашего обычного пространства, он может быть мгновенно соединён с другим фотоном, который вошёл в такие же “врата” в другом месте. Это — путь для *неквантовой телепортации*. Кроме того, обычное соотношение между энергией и импульсом не выполняется для нуль-частиц. Это означает, что нуль-частицы могут играть роль виртуальных частиц, являющихся материальными носителями взаимодействия между обычными частицами нашего мира. Всё это было подробно объяснено в предыдущих разделах этой главы.

С точки зрения обычного наблюдателя нуль-частицы должны казаться стоячими световыми волнами — волнами остановленного света (другими словами, застывшего света). Последнее соответствует тому, что было зарегистрировано в эксперименте с заморо-

женным светом: там остановленный световой пучок “хранится” в атомарном паре и остаётся невидимым для наблюдателя до того момента времени, когда он освобождается, переходя снова в своё обычное “движущееся состояние”. (См. оригинальные отчёты об экспериментах с замороженным светом, упомянутые выше.)

Это означает, что эксперимент с замороженным светом, впервые проведённый в Гарварде Леной Хау, является экспериментальным “предисловием” к открытию нуль-частиц и, следовательно, к экспериментальному открытию неквантовой телепортации.

Принимая вышесказанное во внимание, мы можем считать застывший свет новым состоянием материи, отличным от других (твёрдого, газообразного, жидкого, плазменного).

## 4.6 Заключение

Таким образом, геометрическая структура четырёхмерного пространства (пространства-времени) общей теории относительности допускает существование частиц, являющихся предельным случаем фотонов и наделённых нулевой массой покоя (как и фотоны), но их релятивистская масса тоже равна нулю. Поэтому мы назвали их *нуль-частицы*. Такие частицы принадлежат пространству с полностью вырожденной метрикой (*нуль-пространство*), которое представляет собой предельный, полностью вырожденный случай светоподобного (частично вырожденного) пространства. Другими словами, нуль-частицы представляют собой полностью вырожденные фотоны.

Нуль-частицы могут принадлежать двум типам областей нуль-пространства: обычным областям нуль-пространства и находящимся в состоянии гравитационного коллапса. В последнем случае они существуют только при условии гравитационного коллапса.

Полностью вырожденное нуль-пространство выглядит как локальный объём, в котором все наблюдаемые интервалы времени и наблюдаемые пространственные трёхмерные интервалы тождественно равны нулю. Как только фотон входит через “врата” в нуль-пространство в одной точке нашего обычного (невыврожденного) пространства, он может мгновенно соединиться с другим фотоном, вошедшим в аналогичные “врата” в другой точке. Это — путь для *неквантовой телепортации* фотонов.



Классическое соотношение между энергией и импульсом не выполняется для нуль-частиц. Отсюда следует, что нуль-частицы играют роль виртуальных частиц, являющихся материальными носителями взаимодействия между обычными частицами нашей Вселенной.

Эксперимент с замороженным светом, впервые проведённый в 2000 году Леной Хау, содержит ключ к открытию нуль-частиц и, следовательно, к нековантовой телепортации.

---

## Эпилог

В повести *Далёкая радуга*, написанной Аркадием и Борисом Стругацкими 60 лет назад, один из персонажей вспоминает:

“Он вспомнил, как ещё в школе поразила его эта задача: мгновенная переброска материальных тел через пропасти пространства. Эта задача была поставлена вопреки всему, вопреки всем сложившимся представлениям об абсолютном пространстве, о пространстве-времени, о каппа-пространстве. . . Тогда это называли “проколом Римановой складки”. Потом “гиперпросачиванием”, “сигма-просачиванием”, “нуль-свёрткой”. И, наконец, нуль-транспортровкой или, коротко, “нуль-Т”. “Нуль-Т-установка”. “Нуль-Т-проблематика”. “Нуль-Т-испытатель”. “Нуль-физик”.

— Где вы работаете?

— Я нуль-физик.

Изумлённо-восхищенный взгляд.

— Слушайте, расскажите, пожалуйста, что это такое — нуль-физика? Я никак не могу понять.

— Я тоже.

— Н-да. . .”

Этот отрывок мог бы стать хорошим послесловием к нашему исследованию. В начале 1960-х такие слова, как “нуль-пространство” или “нуль-транспортровка”, звучали как научная фантастика или, по крайней мере, что-то, что может быть воплощено в реальной жизни лишь через много поколений.

Но наука развивается быстрее, чем мы думаем. Результаты, полученные в этой книге, позволяют предположить, что разнообразие существующих частиц, а также типы их взаимодействий не ограничиваются теми, что известны современной физике. Следует ожидать, что дальнейшее развитие экспериментальной техники приведёт к открытию нуль-частиц, которые населяют вырожденное

пространство-время (нуль-пространство) и могут наблюдаться как волны “остановленного света” (стоячие световые волны). С точки зрения обычного наблюдателя нуль-частицы движутся мгновенно, несмотря на то, что на самом деле они движутся со скоростью света в нуль-пространстве. Поэтому они могут осуществлять нуль-транспортировку.

Таким образом, было бы ошибочно полагать или считать само собой разумеющимся, что большинство Законов Природы уже известны современной науке. Наоборот, мы находимся только на пороге Неведомого Мира.

---

## Литература

1. Levi-Civita T. Nozione di parallelismo in una varietà qualunque e conseguente specificazione geometrica della curvatura Riemanniana. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 1917, tome 42, 173–205.
2. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Теория поля. Гос. изд-во теоретико-технической литературы, Москва, 1939 (ссылки на разделы даны из последнего 6-го русского издания, вдвое расширенного по сравнению с 1-м изданием, Наука, Москва, 1973).  
English translation: Landau L. D. and Lifshitz E. M. *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press, Oxford, 1951 (section references are given from the final 4th English edition, expanded twicely from the 1st edition, Butterworth-Heinemann, 1979).
3. Зельманов А. Л. Хронометрические инварианты. Канд. диссертация 1944 года. American Research Press, Rehoboth, New Mexico, 2006.  
English translation: Zelmanov A. L. *Chronometric Invariants*. Translated from the 1944 PhD thesis, American Research Press, Rehoboth, New Mexico, 2006.
4. Зельманов А. Л. Хронометрические инварианты и сопутствующие системы отсчёта в общей теории относительности. *Доклады АН СССР*, 1956, том 107, № 6, 815–818.  
English translation: Zelmanov A. L. *Chronometric invariants and accompanying frames of reference in the General Theory of Relativity*. *Soviet Physics Doklady*, 1956, vol. 1, 227–230.
5. Зельманов А. Л. К релятивистской теории анизотропной неоднородной вселенной. В сб.: *Труды 6-го совещания по вопросам космогонии*, проходившего в 1957 г., Изд-во АН СССР, Москва, 1959, 144–174.  
English translation: Zelmanov A. L. *On the relativistic theory of an anisotropic inhomogeneous universe*. *The Abraham Zelmanov Journal*, 2008, vol. 1, 33–63.
6. Cattaneo C. General Relativity: relative standard mass, momentum, energy, and gravitational field in a general system of reference. *Nuovo Cimento*, 1958, vol. 10, 318–337.
7. Cattaneo C. On the energy equation for a gravitating test particle. *Nuovo Cimento*, 1959, vol. 11, 733–735.

8. Cattaneo C. Conservation laws in General Relativity. *Nuovo Cimento*, 1959, vol. 13, 237–240. vol. 11, 733–735.
9. Cattaneo C. Problèmes d'interprétation en relativité générale. *Colloques internationaux du CNRS*, no. 170 "Fluides et champ gravitationnel en relativité générale", Éditions du CNRS, Paris, 1969, 227–235.
10. Hafele J. C. Relativistic behaviour of moving terrestrial clocks. *Nature*, July 18, 1970, vol. 227, 270–271.
11. Hafele J. Performance and results of portable clocks in aircraft. PTTI 3rd Annual Meeting, November 16–18, 1971, 261–288.
12. Hafele J. C. Relativistic time for terrestrial circumnavigations. *American Journal of Physics*, 1972, vol. 40, 81–85.
13. Hafele J. and Keating R. Around the world atomic clocks: predicted relativistic time gains. *Science*, July 14, 1972, vol. 177, 166–168.
14. Hafele J. and Keating R. Around the world atomic clocks: observed relativistic time gains. *Science*, July 14, 1972, vol. 177, 168–170.
15. Demonstrating relativity by flying atomic clocks. *Metromnia*, the UK's National Measurement Laboratory Newsletter, issue 18, Spring 2005.
16. Зельманов А. Л. Ортометрическая форма монадного формализма и ее отношение к хронометрическим и кинеметрическим инвариантам. *Доклады АН СССР*, 1976, том 227, № 1, 78–81.  
English translation: Zelmanov A. L. Relationship of the orthometric monad formalism to chronometric and kinematic invariants. *Soviet Physics Doklady*, 1976, vol. 21, 147–150.
17. Schouten J. A. und Struik D. J. Einführung in die neuen Methoden der Differentialgeometrie. Noordhoff, Groningen, 1938.  
First published in *Zentralblatt für Mathematik*, 1935, Bd. 11 und Bd. 19.
18. Lie S. Theorie der Transformationsgruppen. First published by Teubner, Leipzig, in 3 volumes: vol. 1, 1888; vol. 2, 1890; vol. 3, 1893 (reprinted by Chelsea Publishing, American Mathematical Society, New York, 1970).
19. Killing W. Über die Grundlagen der Geometrie. *Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1892, Bd. 109, 121–186.
20. Петров А. З. Пространства Эйнштейна. Гос. изд-во физ-мат. литературы, Москва, 1961.  
English translation: Petrov A. Z. Einstein Spaces. Pergamon Press, Oxford, 1969.
21. Rabounski D. and Borissova L. Exact theory to a gravitational wave detector. New experiments proposed. *Progress in Physics*, 2006, vol. 2, no. 2, 31–38.
22. Rabounski D. and Borissova L. Exact solution for a gravitational wave detector. 2008 APS April Meeting, April 12–15, 2008, St. Louis, Missouri.

23. Borissova L. Gravitational waves and gravitational inertial waves according to the General Theory of Relativity. *The Abraham Zelmanov Journal*, 2010, vol. 3, 25–70.
24. Вебер Дж. Общая теория относительности и гравитационные волны. Изд-во иностранной литературы, Москва, 1962.  
Оригинальное издание: Weber J. *General Relativity and Gravitational Waves*. Interscience Publishers, New York, 1961.
25. Синг Дж. Общая теория относительности. Изд-во иностранной литературы, Москва, 1963.  
Оригинальное издание: Synge J. L. *Relativity: the General Theory*. North Holland, Amsterdam, 1960.
26. Weber J. Gravitational-wave-detector events. *Physical Review Letters*, 1968, vol. 20, 1307–1308.
27. Weber J. Evidence for discovery of gravitational radiation. *Physical Review Letters*, 1969, vol. 22, 1320–1324.
28. Weber J. Gravitational radiation experiments. *Physical Review Letters*, 1970, vol. 24, 276–279.
29. Борисова Л. Б. Квадрупольный масс-детектор в поле слабых плоских гравитационных волн. *Известия ВУЗов, серия Физика*, 1978, №. 10, 109–114.  
English translation: Borissova L. B. Quadrupole mass-detector in a field of weak plane gravitational waves. *Russian Physics Journal*, 1978, vol. 21, no. 10, 1341–1344.
30. Лефшец С. Геометрическая теория дифференциальных уравнений. Иностран. литература, Москва, 1961.  
Оригинальное издание: Lefschetz S. *Differential equations: geometric theory*. Interscience Publishers, New York, 1957.
31. Камке Е. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Изд-во иностранной литературы, Москва, 1951.  
Оригинальное издание: Kamke E. *Differentialgleichungen. Lösungsmethoden und Lösungen. Gewöhnliche Differentialgleichungen*, S. Hirzel Verlag, Leipzig 1942.
32. Bennett C. H., Brassard G., Crepeau C., Jozsa R., Peres A., and Wootters W. K. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Physical Review Letters*, 1993, vol. 70, 1895–1899.
33. Boschi D., Branca S., De Martini F., Hardy L., and Popescu S. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Physical Review Letters*, 1998, vol. 80, 1121–1125.

34. Riebe M., Häffner H., Roos C.F., Hänsel W., Benhelm J., Lancaster G.P.T., Korber T.W., Becher C., Schmidt-Kaler F., James D.F.V., and Blatt R. Deterministic quantum teleportation with atoms. *Nature*, June 17, 2004, vol. 429, 734–736.
35. Barrett M. D., Chiaverini J., Schaetz T., Britton J., Itano W. M., Jost J. D., Knill E., Langer C., Leibfried D., Ozeri R., and Wineland D. J. Deterministic quantum teleportation of atomic qubits. *Nature*, June 17, 2004, vol. 429, 737–739.
36. Зельманов А. Л. К постановке вопроса о бесконечности пространства в общей теории относительности. *Доклады АН СССР*, 1959, vol. 124, №. 5, 1030–1033.  
English translation: Zelmanov A. L. On the formulation of the problem of the infinity of space in the General Theory of Relativity. *Soviet Physics Doklady*, 1959, vol. 4, 161–164.
37. Rabounski D. Zelmanov's Anthropic Principle and the Infinite Relativity Principle. *Progress in Physics*, 2006, vol. 2, no. 1, 35–37.
38. Rabounski D. Biography of Abraham Zelmanov (1913–1987). *The Abraham Zelmanov Journal*, 2008, vol. 1, xx–xxvi.
39. Rabounski D. On the speed of rotation of isotropic space: insight into the redshift problem. *The Abraham Zelmanov Journal*, 2009, vol. 2, 208–223.
40. Rabounski D. and Borissova L. A theory of frozen light according to General Relativity. *The Abraham Zelmanov Journal*, 2011, vol. 4, 3–27.
41. Rabounski D. and Borissova L. A theory of frozen light according to General Relativity. 2011 APS March Meeting, March 21–25, 2011, Dallas, Texas.
42. Hau L. V., Harris S. E., Dutton Z., Behroozi C. H. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, February 18, 1999, vol. 397, 594–598.
43. Liu C., Dutton Z., Behroozi C. H., Hau L. V. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, January 25, 2001, vol. 409, 490–493.
44. Dutton Z., Budde M., Slowe C., Hau L. V. Observation of quantum shock waves created with ultra-compressed slow light pulses in a Bose-Einstein condensate. *Science*, July 27, 2001, vol. 293, 663–668.
45. Hau L. V. Frozen light. *Scientific American*, July 17, 2001, vol. 285, no. 1, 52–59.
46. Hau L. V. Frozen light. *Scientific American Special Edition "The Edge of Physics"*, May 31, 2003, 44–51.
47. Zhang R., Garner S. R., Hau L. V. Creation of long-term coherent optical memory via controlled nonlinear interactions in Bose-Einstein condensates. *Physical Review Letters*, December 4, 2009, vol. 103, 233602.

48. Phillips D. F., Fleischhauer A., Mair A., Walsworth R. L., Lukin M. D. Storage of light in atomic vapor. *Physical Review Letters*, January 29, 2001, vol. 86, no. 5, 783–786.
  49. Turukhin A. V., Sudarshanam V. S., Shahriar M. S., Musser J. A., Ham B. S., Hemmer P. R. Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid. *Physical Review Letters*, January 14, 2002, vol. 88, no. 2, 023602.
-



Изображение на обложке: “Военный ученый работает с лазером в тестовой среде”. Это изображение или файл является работой сотрудника ВВС США, сделанной им в ходе выполнения им своих служебных обязанностей. Поскольку это — работа Федерального правительства США, то изображение или файл находятся в общественном достоянии. Подробнее см. <http://www.de.afrl.af.mil/Gallery/index.aspx>.  
Источник: [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Military\\_laser\\_experiment.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Military_laser_experiment.jpg)

Изображение на титульном листе: загадочная гравюра на дереве неизвестного средневекового художника. Её называют *гравюра Фламмариона*, так как она воспроизведена на стр. 163 книги Камилла Фламмариона *L'Atmosphère: Météorologie populaire* (Париж, 1888 г.), излагающей метеорологию для широкой аудитории. На этой гравюре по дереву изображён человек, вглядывающийся сквозь атмосферу Земли, как если бы это был занавес, позволяющий заглянуть внутрь Вселенной. Подпись к гравюре гласит: “Un Missionnaire du moyen âge raconte qu'il avait trouvé le point où le ciel et la Terre se touchent. . .”, что переводится как “Средневековый миссионер рассказывает, что он нашел точку, где встречаются небеса [в смысле “небо”] и Земля. . .”

Формат книги: 60 × 90 1/16  
Гарнитура: Темрога TLF  
Основной кегль: 11 пт

# Частицы здесь и за зеркалом

Три вида частиц, присущие  
пространству-времени  
общей теории относительности

Д. Рабунский и Л. Борисова

Перевод с 4-го, переработанного  
английского издания

New Scientific Frontiers  
London, 2023

